Scritto26-8-2020A.

(1) **AAA1**
Sia V uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ di dimensione n, con un prodotto scalare definito positivo, siano U e W sottospazi vettoriali di V, si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di V

$$a)\ (U \cap W)^{\perp} \quad b)\ (U + W)^{\perp}$$

$$c)\ U^{\perp} \cap W^{\perp} \quad d)\ U^{\perp} + W^{\perp}.$$

Quali delle seguenti relazioni e' sempre vera ?
(a) $a) = b)$, (-50%)
(b) $a) \subseteq c)$, (-50%)
(c) $b) = c)$ (50%)
(d) $d) \subseteq a)$ (50%)

(2) **BBB1**
In $\mathbb{R}^3$ si consideri la retta r di equazioni parametrica $x = t + 1$, $y = 2t + 3$ $z = 4t - 5$ e il piano π di equazione $ax + by + cz + d = 0$, quale delle seguenti affermazioni e' corretta ?
(a) Il piano non interseca la retta se e solo se $a + 2b + 4c = 0$ (-50%)
(b) Il piano contiene la retta se e solo se $a+2b+4c = 0$ e $a+3b-5c+d = 0$ (50%)
(c) Il piano non interseca la retta se e solo se $a+2b+4c = 0$ e $a+3b-5c+d \neq 0$ (50%)
(d) Il piano non interseca al retta se e solo se $a + 2b + 4c + d \neq 0$ e $a + 3b - 5c + d = 0$ (-50%)

(3) **CCC1**
Ricordiamo che due matrici $n \times n$ C_1 e C_2 si dicono coniugate se esiste una matrice invertibile $n \times n$, N tale che $C_2 = N^{-1}C_1N$. Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Quali delle seguenti affermazioni e' corretta ?
(a) Le matrici A e B. sono coniugate. (50%)
(b) Le matrici A e C sono coniugate (-50%)
(c) Le matrici C e D sono coniugate (-50%)
(d) Le matrici B e D non sono coniugate (50%)

(4) **DDD1**
Sia $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ rappresentato, rispetto alle basi canoniche, dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 15 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) L è iniettiva. (-50%)
(b) L'immagine di L è il sottospazio vettoriale definito da $x_1+3x_3+x_4 = 0,\ x_1 + x_2 + 6x_3 = 0$ (-50%)
(c) Il vettore $(0, -1, -3, 0)$ appartiene a $Im(L)$. (50%)
(d) Esiste un sottospazio vettoriale V di dimensione 3 in $\mathbb{R}^4$ tale che $V \cap Imm(L) = 0$. (50%)

(5) **EEE1**
Si consideri in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio vettoriale V di equazione cartesiana $x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0$, e il sottospazio vettoriale $W(a, b, c, d)$ di equazione parametrica $x_1 = at + s, x_2 = bt + s, x_3 = ct + s, x_4 = dt + 4s$, con $(a, b, c, d), (1, 1, 1, 4)$ linearmente indipendenti, allora:
(a) La dimensione di $V \cap W(a, b, c, d)$ e' 2 qualunque sia il vettore (a, b, c, d) come sopra. (-50%)
(b) Esistono infiniti vettori (a, b, c, d) come sopra per i quali $V \cap W(a, b, c, d)$ ha dimensione 2. (50%)
(c) La dimensione di $V \cap W(a, b, c, d)$ e' 1 qualunque sia il vettore (a, b, c, d) come sopra. (-50%)
(d) Esistono infiniti vettori (a, b, c, d) come sopra per i quali la dimensione di $V \cap W(a, b, c, d) = 1$. (50%)