

# Programma del corso di Geometria Ingegneria Medica primo semestre 2019-2020 Trapani

Coordinate cartesiane sulla retta, nel piano e nello spazio tridimensionale, equazioni parametriche e cartesiane di rette nel piano e di piani nello spazio tridimensionale, sottospazi vettoriali di  $\mathbf{R}^n$  nozione di sottospazio vettoriale generato da un insieme finito di vettori. Regola del parallelogramma, somma di vettori in termini algebrici e geometrici, vettori linearmente indipendenti. Nozione di base e nozione di dimensione di un sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^n$ . Teorema di riduzione di un insieme di generatori ad una base, teorema di estensione di un insieme di vettori linearmente indipendenti ad una base. Conseguenze dei teoremi sopra citati sulle dimensioni. Matrici, somma e moltiplicazione di matrici, matrice identica, matrice trasposta, matrice inversa. Definizione di sistema lineare, espressione di un sistema lineare in forma di matrice, matrici Pippo, matrici a scala e soluzione di un sistema lineare con matrice a scala. Metodo di eliminazione di Gauss. Teorema di Rouché-Capelli, rango per righe e per colonne e loro uguaglianza. Dimensione dello spazio delle soluzioni di un sistema lineare compatibile. Metodo per estrarre una base di un sottospazio vettoriale di  $\mathbf{R}^n$  da un insieme di generatori attraverso il metodo di Gauss. Metodo per estendere ad una base di  $\mathbf{R}^n$  vettori linearmente indipendenti con il metodo di Gauss. Prodotto scalare canonico in  $\mathbf{R}^n$ , distanze ed angoli, interpretazione del prodotto scalare in termini di distanze e angoli. Disuguaglianza di Schwarz. Equazioni parametriche e cartesiane di sottospazi affini di  $\mathbf{R}^n$ . Definizione di determinante e principali proprietà (senza dimostrazione), caratterizzazione delle matrici con determinante non zero, determinante del prodotto, determinante della matrice trasposta. Passaggio da equazioni parametriche a equazioni cartesiane e viceversa, per sottospazi affini di  $\mathbf{R}^n$ , Equazioni della retta passante per due punti distinti in  $\mathbf{R}^2$  e di un piano passante per tre punti non allineati in  $\mathbf{R}^3$ . Volume di un parallelepipedo con l'uso dei determinanti. Prodotto vettoriale e prodotto misto. Teorema di Cramer. Calcolo dell'inversa di una matrice con il metodo di Gauss e con l'uso dei determinanti. Somma e intersezione di sottospazi vettoriali di  $\mathbf{R}^n$ , somma diretta, teorema di Grassmann. La nozione di spazio vettoriale astratto, esempi, generatori, basi, vettori linearmente indipendenti. Somme, somme dirette, prodotti scalari definiti positivi su spazi vettoriali astratti. Basi ortogonali e ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Somma diretta di un sottospazio e del suo ortogonale. Applicazioni lineari, primi esempi, matrici associate ad applicazioni lineari. Nucleo e Immagine di una applicazione lineare. Teorema sulla dimensione di nucleo e immagine di una applicazione lineare e suoi corollari. Cambiamenti di base, cambiamenti di base su

coppie di basi uguali nello spazio di partenza e di arrivo. Matrici coniugate. Autovalori e autovettori, polinomio caratteristico, molteplicità algebrica e geometrica di autovalori. Disuguaglianza tra molteplicità algebrica e geometrica, matrici diagonalizzabili e criteri di diagonalizzabilità. Applicazioni lineari simmetriche, teorema spettrale. Coniche e loro messa in forma canonica metrica. Cenni sulle quadriche e sulla loro messa in forma canonica metrica.

Testi di Riferimento

Silvana Abeasis

Elementi di Algebra Lineare e Geometria

Silvana Abeasis

Elementi di Algebra Lineare e Geometria

Dispense in Rete di Geatti- Marini-Ciriza