Compito di Geometria Ingegneria Medica 21-1-2020 Trapani

C

Esercizio 1

Sia $\beta = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\}$. Provare che β e' una base di $\mathbf{R}^3$. Sia $L : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $L(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$, $L(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix})) = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $L(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix})) = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Determinare una base ortonormale del nucleo e una base ortonormale dell'immagine di L. Determinare la matrice associata ad L rispetto alla basi β in partenza e β in arrivo.

Esercizio 2

Determinare equazioni cartesiane e parametriche del sottospazio affine Σ di $\mathbf{R}^4$ di dimensione 2 ortogonale, al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, passante per il punto P di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, e contenuto nel sottospazio affine di equazione $3x - y - 3z + 2w - 2 = 0$.

Esercizio 3

Sia A una matrice ortogonale 2×2 tale che $det(A) = -1$ (riflessione) e tale che $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Calcolare $A\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $A\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.