

**Scritto11-09-2020B.**

(1) **B1**

Sia  $A$  una matrice reale  $n \times n$ , quali tra le seguenti affermazioni e' corretta:

- (a) Se gli unici autovalori di  $A$  sono  $+1$  oppure  $-1$  allora  $A^2 = I$  ( $A^2$  vuol dire  $AA$ ). (-50%)
- (b) Se  $A^2 = I$ , gli unici autovalori di  $A$  sono  $+1$  oppure  $-1$  (50%)
- (c) Se gli unici autovalori di  $A$  sono  $+1$  oppure  $-1$  allora  $A$  e' diagonalizzabile (-50%)
- (d) Se  $A^2 = I$ , allora  $A$  e' diagonalizzabile (50%)

(2) **B2**

Siano  $\Pi_1, \Pi_2$ , due piani in  $\mathbf{R}^3$ , supponiamo che  $\Pi_1$  abbia equazione  $3x + y - z + 4 = 0$  e  $\Pi_2$  abbia equazione  $ax + by + cz + 1 = 0$ , quale tra le seguenti affermazioni e' sempre vera:

- (a) Se  $(a, b, c)$  e  $(3, 1, -1)$  sono distinti allora  $\Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$  (-50%)
- (b) Se  $(a, b, c)$  e  $(3, 1, -1)$  sono linermente dipendenti  $\Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$  (-50%)
- (c) Se  $\Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$  allora  $(a, b, c)$  e  $(3, 1, -1)$  sono linermente dipendenti (50%)
- (d) Se  $(a, b, c)$  e  $(3, 1, -1)$  sono linermente indipendenti  $\Pi_1 \cap \Pi_2 \neq \emptyset$  (50%)

(3) **B3**

Sia  $v_1, v_2, v_3$  una base ortonormale di  $\mathbf{R}^3$  e sia  $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  una applicazione lineare tale che  $L(v_1) = v_1 - 2v_3$ ,  $L(v_2) = -v_2$ ,  $L(v_3) = -2v_1 + v_3$ ,

- (a)  $0$  e' un autovalore di  $L$  (-50%)
- (b)  $v_1 + v_2 + v_3$  e' un autovettore di  $L$ . (50%)
- (c)  $L$  e' digonalizzabile. (50%)
- (d) Ogni autospazio di  $L$  ha dimensione 1. (-50%)

(4) **B4**

Via  $V$  uno spazio vettoriale su  $\mathbf{C}$  di dimensione  $n$ , ed  $L : V \rightarrow V$  una applicazione lineare, quale tra le seguenti affermazioni e' corretta:

- (a) Se ogni autospazio di  $L$  ha dimensione 1 l'applicazione e' diagonalizzabile (-50%)
- (b) Se ogni radice del polinomio caratteristico ha molteplicita' 1 l'applicazione e' diagonalizzabile (50%)
- (c) Se la somma delle dimensioni degli autospazi e'  $n$  l'applicazione e' diagonalizzabile (50%)
- (d) Se la somma delle molteplicita' delle radici del polinomio caratteristico e'  $n$  l'applicazione e' diagonalizzabile (-50%)

(5) **B5**

Consideriamo in  $\mathbf{R}^3$  i vettori  $v_1 = (1, 1, 1), v_2 = (1, 0, 3), v_3 = (-3, 2, -13)$  e i vettori  $w_1 = (1, 0, 0), w_2 = (1, 1, 1), w_3 = (-3, -5, -5)$ , quali tra le seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) Esiste una ed una sola applicazione lineare  $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ , tale che  $L(v_1) = w_1, L(v_2) = w_2, L(v_3) = w_3$ . (-50%)
- (b) Esistono infinite applicazioni lineari  $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ , tali che  $L(v_1) = w_1, L(v_2) = w_2, L(v_3) = w_3$ . (50%)
- (c) Non esistono applicazioni lineari  $L : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ , tali che  $L(v_1) = w_1, L(v_2) = w_2, L(v_3) = w_3$ . (-50%)

2

- (d) Non esistono applicazioni lineari  $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , simmetriche rispetto al prodotto scalare canonico in  $\mathbb{R}^3$  tali che  $L(v_1) = w_1, L(v_2) = w_2, L(v_3) = w_3$ . (50%)