

Programma Analisi reale e complessa

Stefano Trapani, 2009-2010

February 8, 2010

1. Teoria della misura di Lebesgue

Cenni sulla misura di Peano-Jordan e sulla necessità di generalizzarla.

Misura esterna, misurabilità secondo Lebesgue, σ -additività, continuità monotona. Misura interna. L'insieme di Vitali (un insieme non Lebesgue misurabile).

L'integrale di Lebesgue di funzioni non negative. L'integrale di funzioni di segno qualunque. Funzioni misurabili. Scambio del limite con l'integrale (teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou, teorema di convergenza dominata di Lebesgue). Integrali di funzioni L^1 . Scambio di integrale e derivata.

Prodotti cartesiani. Teorema di Fubini e Fubini-Tonelli.

Cambiamento di variabile negli integrali multipli.

2. Funzioni olomorfe

Definizione e prime proprietà delle funzioni olomorfe. Le funzioni \exp , \sin , \cos sui complessi. Forme differenziali chiuse ed esatte, la forma $f(z)dz$ per f olomorfa, logaritmo sui complessi, equazioni di Cauchy-Riemann, funzioni armoniche, armoniche coniugate.

Formula di Cauchy e sue conseguenze, sviluppo in serie di Taylor e Laurent. Classificazione delle singolarità, teorema di estensione di Riemann.

Funzioni meromorfe, teorema dei residui. Calcolo di alcuni integrali con l'uso del teorema dei residui. Lemma di Jordan.

Esistenza del logaritmo e delle potenze di funzioni olomorfe mai nulle su regioni semplicemente conesse. Espressione locale di funzioni olomorfe, teorema dell'applicazione aperta, il principio del massimo. Teorema di Liouville, teorema fondamentale dell'Algebra.

Testi di riferimento:

Dispense REA,

Measure and Integral di Richard. L. Wheeden - Antoni Zygmund