

## Compito di Algebra Lineare, Scienze dei Media- Trapani - 3-9-08

### 1

#### Esercizio 1

Sia  $V$  lo spazio vettoriale dei polinomi di una variabile a coefficienti reali di grado minore o uguale a 3. Sia  $L : V \rightarrow V$  l'applicazione derivata

$$(L(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2).$$

Provare che  $L$  è una applicazione lineare

descrivere il nucleo e l'immagine di  $L$

sia  $\mathbf{B} = \{1, x, x^2, x^3\}$

e sia  $\mathbf{B}' = \{x^2 + x, x^3 - x, 1 + x^2, 2\}$

provare che  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{B}'$  sono basi di  $V$

calcolare la matrice associata all'applicazione lineare  $L$  rispetto alle basi  $\mathbf{B}$  in partenza e  $\mathbf{B}'$  in arrivo

#### Esercizio 2

Provare che la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

è invertibile e calcolarne l'inversa

#### Esercizio 3

Dire per quali coppie di valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} ax + az = b \\ ay + az = 2b \\ ay = b + 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni e per ogni tale coppia determinare l'insieme delle soluzioni.