

- (1) Determinare gli autovalori della seguente matrice, e determinare la loro molteplicità algebrica.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Determinare, per ciascun autospazio, la dimensione, una base e un insieme di equazioni.

Dire se la matrice è diagonalizzabile. Dire se è diagonalizzabile mediante una matrice ortogonale. In caso affermativo, determinare la forma diagonale e una matrice diagonalizzante (se possibile, ortogonale).

- (2) In \mathbf{R}^3 , si considerino le rette r_1 di equazione

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

ed r_2 di equazione

$$\begin{cases} y + z = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

- (a) Verificare che r_1 ed r_2 sono sghembe.
- (b) Determinare equazioni per la retta r_3 perpendicolare ed incidente ad r_1 ed r_2 .
- (c) Determinare il punto di intersezione fra r_1 ed r_3 ; e determinare il punto di intersezione fra r_2 ed r_3 .
- (d) Determinare, se esiste, una retta r_4 che passi per $P(2, 3, 3)$, sia incidente a r_1 e sia incidente a r_2 .

- (3) (a) Si consideri l'applicazione L_1 da \mathbf{R}^3 a \mathbf{R}^2 definita da

$$L_1 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ x + y + z \end{pmatrix}$$

Verificare che L_1 è un'applicazione lineare.

- (b) Si consideri ora l'applicazione lineare L_2 da \mathbf{R}^2 a \mathbf{R}^3 che ha per matrice associata, rispetto alle basi canoniche:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determinare sia $L_1 \circ L_2$ che $L_2 \circ L_1$, specificando esplicitamente, per ciascuna di queste applicazioni, quale è lo spazio di partenza, e quale è lo spazio di arrivo.