

ESAME DI GEOMETRIA I
TRAPANI 22 - 2 - 2007

- (1) Discutere e risolvere, al variare del parametro α in \mathbf{R} , il seguente sistema, prima col metodo dell'eliminazione di Gauss, poi con il solo uso dei determinanti.

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 1 \\ x + (\alpha + 2)y + (\alpha + 1)z = 2 \\ \alpha z = \alpha \end{cases}$$

- (2) In \mathbf{R}^3 , si considerino le rette r_1 di equazione

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

ed r_2 di equazione

$$\begin{cases} x + y - z = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

- (a) Verificare che r_1 ed r_2 sono sghembe.
(b) Determinare equazioni per una retta r_3 che passa per il punto $P(1, 1, 1)$, che sia complanare con r_1 e che sia complanare r_2 .
(c) Esiste una retta che passi per il punto $P(1, 1, 1)$ e che sia incidente sia con r_1 che con r_2 ?

- (3) Si consideri la curva \mathcal{C} rappresentata in \mathbf{R}^2 dall'equazione

$$x^2 + y^2 + x - y + 2xy + 1 = 3$$

- (a) Dire se \mathcal{C} é una conica.
(b) Dire quali dei seguenti punti appartengono \mathcal{C} : $P(1, -1)$; $Q(1, 1)$; $R(2, 0)$.
(c) Sia r la retta che passa per P e Q . Determinare l'intersezione di r e \mathcal{C} .