

- 1) Nello spazio affine euclideo \mathbf{A} di dimensione 2 sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale $\mathcal{R} = (O, R)$. Siano $Q(1, 4)$, r la retta di equazione cartesiana $x - y = 1$.
- a) Determinare l'equazione della retta s passante per Q e parallela ad r .
 - b) Determinare la distanza tra r ed s .

- 2) Nello spazio affine euclideo \mathbf{A} di dimensione 3 sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale $\mathcal{R} = (O, R)$. Siano fissati i punti $P(1, 0, 1), Q(0, 1, 1), R(0, 2, 2), S(1, 2, 3)$. Siano r la retta passante per $P(1, 0, 1)$ e $Q(0, 1, 1)$ e s la retta passante per $R(0, 2, 2), S(1, 2, 3)$.
- a) Determinare l'equazione cartesiana del piano α passante per P, Q ed R .
 - b) le rette r e s sono sghembe?
 - c) Determinare, se esiste, un'equazione parametrica per la retta congiungente r e s e parallela al vettore $w = (1, 5, -1)$.

- 3) Nello spazio vettoriale \mathbf{R}^4 si consideri fissato il prodotto scalare canonico. Sia V il sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^4 generato dai vettori:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare una base di V ortonormale rispetto al prodotto scalare canonico.

- 4) Mostrare che esiste una trasformazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ tale che:

$$\begin{aligned} f((-1, 0, 1)) &= (1, 1) \\ f((1, 6, 0)) &= (-1, 1) \\ f((1, 0, 0)) &= (1, 0) \end{aligned}$$

- a) Determinare la matrice che rappresenta f rispetto ad opportune basi.
- b) Determinare la dimensione del nucleo di f .

- 5) Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare, in funzione del parametro reale a :

$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ 2x + y + z = a \\ 3x - z = 0 \end{cases}$$

Qualora il sistema sia risolubile, descrivere l'insieme delle soluzioni.