

- 1) Nello spazio affine $\mathbf{A}^3 = \mathbf{A}(\mathbf{R}^3)$, siano assegnati i punti $P(2, -1, 0)$ e $Q(2, 2, 3)$ e la retta r di equazioni $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$. Indicato con π il piano passante per P e Q e parallelo all'asse delle x , scrivere le equazioni della retta passante per P , incidente r e appartenente al piano π .

- 2) In uno spazio affine euclideo \mathbf{A} di dimensione 3, si consideri fissato un riferimento $\mathcal{R} = (O, R)$ cartesiano monometrico ortogonale. Si considerino le due rette sghembe r di equazioni cartesiane $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$ ed s di equazioni parametriche $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathcal{R})$. Determinare equazioni della retta ortogonale e incidente r ed s .

- 3) In uno spazio affine euclideo \mathbf{A} di dimensione 3, si consideri fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale $\mathcal{R} = (O, R)$. Sia r la retta passante per $P = (2, -1, 1)$ di numeri direttori $(3, 1, -2)$.

- a) Determinare il piano π per $Q = (5, 7, 9)$ e ortogonale ad r .
b) Determinare la distanza di Q da r e di P da π .

- 4) Nello spazio vettoriale \mathbf{R}^4 si considerino il sottospazio $U = \text{Span}(u_1, u_2)$ ed il sottospazio $W = \text{Span}(w_1, w_2, w_3)$, ove:

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, w_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, w_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad \text{Determinare la}$$

dimensione e una base per $U \cap W$ e, rispettivamente, per $U + W$.

- 5) Utilizzando l'algoritmo di Gauss, verificare se il seguente sistema lineare è compatibile e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ 3x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$$

- 6) Determinare il rango della seguente matrice e, qualora sia possibile, determinarne l'inversa:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$