Università degli Studi di Roma Tor Vergata. Corso di Laurea in Matematica.

Geometria 1 a.a. 2012-13 tredicesima settimana

13.1) Applicando il teorema di Kronecker, determina il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

Inizia controllando l'esistenza di un minore non singolare M di ordine 1, poi controlla l'esistenza di un suo orlato non singolare N, poi (eventualmente) controlla l'esistenza di un orlato non singolare di N.

13.2) In $\mathbf{A}^2$, controlla se i punti $A(2,1)$, $B(7,5)$, $C(-3,-3)$ sono allineati.

13.3) In uno spazio affine di dimensione 6, sia fissato un sistema di riferimento. Considera i punti $A(1,0,1,0,2,3)$, $B(2,2,0,1,3,1)$, $C(0,1,2,-1,1,0)$.

a) Determina un sistema normale di equazioni cartesiane del sottospazio generato dai punti A, B, C.

b) Determina le equazioni della retta r per A e B sotto forma di rapporti uguali.

13.4) Calcola l'inversa della matrice a coefficienti complessi

$$\begin{pmatrix} 2+i & 1 \\ i & 3+2i \end{pmatrix}$$

13.5) Risolvi il sistema applicando il teorema di Cramer:

$$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ 5x-3y=1 \end{cases}$$

13.6) In uno spazio affine di dimensione 2, sia fissato un sistema di riferimento. Considera i punti $A(1,1)$, $B(1,3)$, $C(3,1)$).

a) Determina le equazioni dell'affinità che manda l'origine in A, $U_1(1,0)$ in B, $U_2(0,1)$ in C.

b) Determina equazioni cartesiane delle rette del fascio per A.

c) Determina equazioni cartesiane delle rette del fascio di rette parallele alla retta per A e B.

d) Determina il cambio di base $M\mathbf{x}+\mathbf{d}=\mathbf{x}'$ ove con $\mathbf{x}'$ si indichino le coordinale nel riferimento (B, $(\mathbf{BA}, \mathbf{BC})$).

13.7) In uno spazio affine di dimensione 3, sia fissato un sistema di riferimento. Considera i punti $A(1,0,1)$, $B(2,1,0)$, $C(0,2,3)$.

a) Determina le equazioni dell'affinità che manda $U_1(1,0,0)$ in A, $U_2(0,1,0)$ in B, $U_3(0,0,1)$ in C e lascia fissa l'origine.

b) Determina le equazioni di una affinità che manda l'asse x_1 nella retta di equazioni $3x_1+x_2+2=0, x_2-x_3-1=0$ e il piano $x_1=0$ nel piano $x_1+2x_2-3x_3-1=0$.

13.8) Considera l'affinità $\varphi : \mathbf{A}^2 \to \mathbf{A}^2$, definita da $(x_1,x_2) \mapsto (2x_1+x_2+3, -x_1+x_2+2)$. Determina il rango di φ e la controimmagine della retta r passante per $A(0,1)$ e $B(3,5)$.