12.1) Considera l'affinità $f : \mathbf{A}^2 \to \mathbf{A}^2$, definita da $(x_1, x_2) \mapsto (x_1 - 3x_2 + 1, x_1 - 2x_2 + 3)$.

a) Determinare l'inversa dell'affinità.

b) Scrivere l'immagine della retta r di equazione $2x_1 - x_2 + 7 = 0$ tramite l'affinità f.

c) Scrivere l'immagine tramite f della retta r per $P(1, 2)$ e $Q(5, 1)$.

d) Scrivere l'immagine della retta s di equazione $3x_1 + 2x_2 + 3 = 0$ tramite f.

e) Scrivere la controimmagine della retta u di equazione $2x_1 + x_2 + 1 = 0$ tramite f.

12.2) Considera l'affinità $f : \mathbf{A}^3 \to \mathbf{A}^3$ che manda il punto $P(0, 1, 0)$ in $P' = (2, 3, 4)$, e tale che $f_l : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ abbia matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determinare l'immagine tramite f del piano di equazione $3x + 2y + 4z - 3 = 0$.

b) Determinare immagine e controimmagine tramite f della retta r di equazioni parametriche $x = 3 + t, y = 4 + 2t, z = 6 - t, t \in \mathbf{R}$.

c) Determinare, se esiste, l'inversa dell'affinità f.

12.3) Determinare un cambiamento di riferimento nel piano in cui le rette di equazioni $3x+2y+1 = 0$, $x + y + 2 = 0$ divengano i nuovi assi x e y.

12.4) Dire se esiste un cambiamento di riferimento nel piano in cui i punti $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ abbiano nuove coordinate $(2, 1)$, $(2, 0)$, $(3, -1)$ rispettivamente. In caso affermativo determinarne le equazioni.

12.5) Dire se esiste un cambiamento di riferimento nel piano in cui i punti $(3, 1)$, $(1, 2)$, $(4, 1)$ abbiano nuove coordinate $(2, 3)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$ rispettivamente. In caso affermativo determinarne le equazioni.

12.6) Dire se esiste un cambiamento di riferimento nello spazio affine tridimensionale in cui i punti (0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,1,1) abbiano nuove coordinate (2,1,1),(0,0,0),(1,-1,1),(0,0,1) rispettivamente. In caso affermativo determinarne le equazioni.

12.7) Dire se esiste un cambiamento di riferimento nello spazio affine tridimensionale tale che i piani di equazioni $x-y+z = 0$, $x+2y-5z = 1$, $4x-5y+z = 1$ siano i nuovi piani $z = 0, y = 0, x = 0$ rispettivamente e lorigine abbia nuove coordinate (0, 1, 5). In caso affermativo determinarne le equazioni.

12.8) Calcola il determinante della seguente matrice, sia mediante l'algoritmo di Gauss che tramite la procedura induttiva (sviluppo di Laplace): $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 7 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.