Corso di Laurea in Matematica

Insegnamento di Geometria 1 con elementi di storia 1

docente Francesca Tovena

1) obiettivi di apprendimento:
conoscenza e comprensione: apprendere le nozioni di base relative all'algebra lineare, agli spazi affini e euclidei; leggere e comprendere risultati di base relativi a tali argomenti.

capacita' di applicare conoscenza e comprensione: applicare le nozioni di algebra lineare apprese per risolvere problemi geometrici.

Autonomia di giudizio: lo studente sapra' applicare l'algebra lineare nella risoluzione di alcuni problemi in geometria affine e euclidea.

Abilità comunicative: lo studente sara' in grado di esporre e argomentare la soluzione di problemi ; sarà inoltre in grado di discutere e riprodurre correttamente dimostrazioni di risultati di base relativi a spazi vettoriali, spazi affini e euclidee.

2) Programma
1. Spazi vettoriali e sottospazi. Dipendenza e indipendenza lineare. Teorema di Steinitz. Basi. Dimensione. Somme di sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann. Applicazioni lineari. Immagine, nucleo e rango di una applicazione lineare. Il gruppo degli automorfismi di uno spazio vettoriale. Matrici e rango di una matrice. Metodo di Gauss per il calcolo del rango. Sistemi lineari. Sistemi compatibili. Teorema di Rouche'-Capelli. Primo e secondo teorema di unicita'.
Sistemi dipendenti da parametri. Sistemi omogenei. Sistemi equivalenti.
Sistemi ridotti e normali. Risoluzione di un sistema col metodo di eliminazione di Gauss.
Matrici ed applicazioni lineari.
Applicazioni lineari definite da matrici. Prodotto tra matrici. Matrice inversa di una matrice quadrata non degenere. Matrici ortogonali. Formule di cambiamento di basi in uno spazio vettoriale di dimensione finita. Determinanti e loro applicazioni allo studio dei sistemi lineari.
Sviluppo di un determinante con la regola di Laplace. Teorema di Binet. Metodo di eliminazione di Gauss per il calcolo del determinante. Teorema degli orlati.
Caratterizzazione del rango di una matrice mediante i determinanti: minori fondamentali.
Teorema di Cramer. Calcolo della inversa di una matrice quadrata non degenere su un campo.
2. Spazi affini. Dimensione di uno spazio affine. Vettori liberi e applicati.
Sottospazi affini di uno spazio affine e loro giaciture. Sistemi lineari di equazioni di sottospazi.
Equazioni parametriche dei sottospazi. Dipendenza e indipendenza di punti. Mutua posizione di sottospazi. Sottospazi paralleli, sghembi e incidenti. Sistemi di sottospazi: fasci e stelle.
Affinità. Cambiamenti di coordinate. Orientazioni di uno spazio affine reale. Spazi euclidei.
Prodotti scalari euclidei. L'algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. La disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. Il gruppo delle isometrie. Ortogonalità. Sistemi di coordinate cartesiane ortonormali. Angoli e loro funzioni trigonometriche. Distanze tra sottospazi. Prodotti vettoriali. Calcolo di aree e volumi.
3. Elementi di storia

TESTI CONSIGLIATI C. Ciliberto, Algebra Lineare, Boringhieri.

Appunti disponibili sul sito del docente.
Altri testi consigliati: E. Sernesi, Geometria 1, Ed. Bollati-Boringhieri.

Metodo didattico: lezioni frontali e incontri settimanali in forma tutoriale.

Modalita' di verifica
L'insegnamento prevede una prova scritta propedeutica e una prova orale. Tramite tali prove, sono verificate l'autonomia e la consapevolezza nell'utilizzo delle tecniche apprese, la completezza e la chiarezza espositiva, la capacità di sintesi.
Nella prova scritta, lo studente risolve alcuni problemi, applicando e adattando i metodi appresi e motivando la propria strategia risolutiva.
Nella prova orale, lo studente illustra e discute alcune definizioni e la dimostrazione di teoremi appresi nell'ambito del corso, oppure espone dimostrazioni autonomamamemte individuate e relative a situazioni analoghe a quelle studiate nel corso.