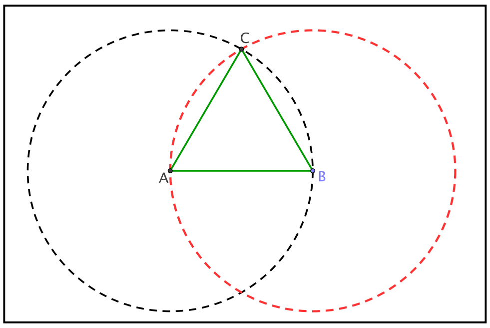
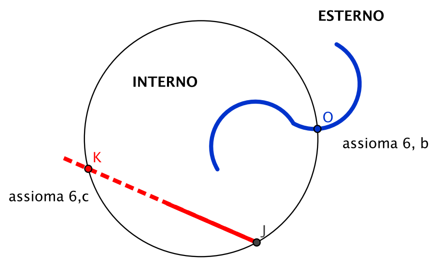
A partire dalle 23 definizioni, dalle regole della logica aristotelica e dai cinque postulati, Euclide discute alcuni risultati di geometria piana relativi principalmente ai triangoli: ogni proposizione è dimostrata attraverso costruzioni garantite dagli assiomi iniziali, dalle proposizioni precedenti e dalle regole logiche. Una osservazione successiva ha permesso di notare che gli assiomi euclidei vanno integrati con ulteriori assiomi (che verranno riportati all'interno della trattazione).
Per facilitare la lettura delle proposizioni, apporteremo alcune variazioni al testo, cercando però di salvarne lo spirito. Queste note vanno intese come tramite verso la lettura del testo euclideo, e non si sostituiscono ad esso.

Proposizione I.1
Fissato un segmento, è possibile costruire un triangolo equilatero di cui quel segmento è un lato.



Dimostrazione Sia AB il segmento assegnato. E' richiesto di costruire un triangolo equilatero sul segmento AB.
Tracciamo la circonferenza di centro A e raggio AB [assioma 3].
Poi tracciamo la circonferenze di centro B e raggio BA [assioma 3].
Scegliamo un punto D in cui i cerchi si intersecano [*questo passaggio non è lecito senza un ulteriore assioma: è l'assioma 6*]
Tracciamo un segmento congiungente Ae C e uno congiungente B e C [assioma 1].
Ora poiché B e C appartengono alla stessa circonferenza di centro A, AC e' uguale ad AB. [definizione di circonferenza e centro]
Analogamente, poiché A e C appartengono alla stessa circonferenza di centro B, BC è uguale ad AB. [definizione di circonferenza e centro]
Poiché cose che sono uguali alla stessa cosa sono uguali tra di loro, allora AC è anche uguale a BD. [nozioni comuni]
Quindi i tre segmenti AB, AC e BC sono uguali tra loro. Il triangolo ABC è quindi equilatero (avendo i tre lati uguali), ed ha per lato AB. QED

Ecco l'assioma che assicura che le due circonferenze nella dim. della Prop. 1 si intersechino:
Assioma 6: *a) un cerchio (rispettivamente, un triangolo) separa i punti del piano che non sono contenuti in esso in due regioni, che vengono chiamate **interno** ed **esterno**.*
b) Ogni linea tracciata da un punto esterno ad un punto interno interseca il cerchio (risp., il triangolo)
c) Ogni segmento tracciato da un punto sul cerchio (o su un triangolo) ad un punto interno, incontrerà, se prolungato indefinitamente, il cerchio (risp., il triangolo) esattamente in un altro punto



Proposizione I.2

Dati un segmento e un punto, costruire un segmento che uguale al segmento assegnato e che abbia per estremo il punto dato.

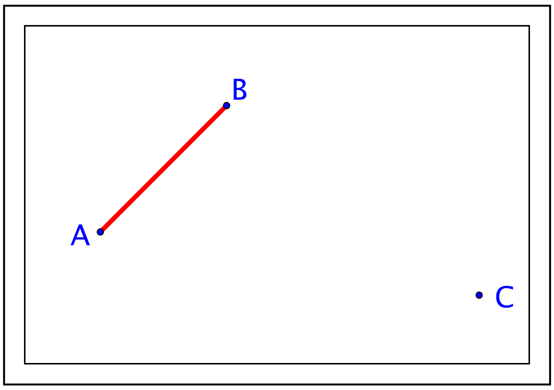
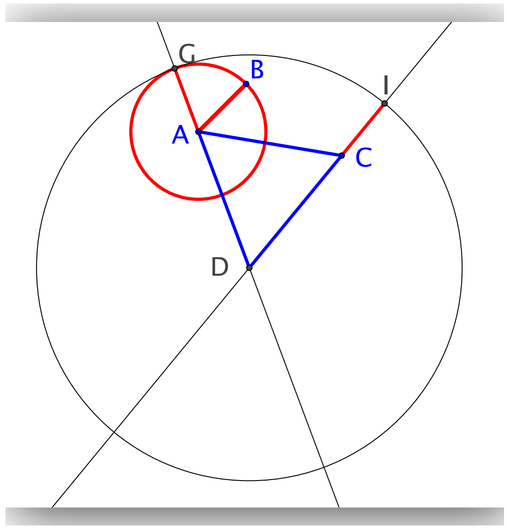


Figura iniziale



Costruzione

Siano AB il segmento e C il punto assegnati. E' richiesto di costruire a partire da C un segmento uguale a AB.
Disegniamo il segmento AC [assioma 1]
Disegniamo un triangolo equilatero di lato AC [in blu, prop. 1] e chiamiamo D il vertice diverso da A e C.
Disegniamo la circonferenza di centro A e raggio AB [assioma 3]
Prolunghiamo DA (a partire da A) [assioma 2] fino ad incontrare in G la circonferenza (rossa) di centro A e raggio AB [assioma 6]
Siccome il punto A è il centro del cerchio, AB è uguale a AG [definizione di cerchio].
Disegniamo la circonferenza di centro D e raggio DG [assioma 3]
Prolunghiamo DC (a partire da C) [assioma 2] fino ad incontrare in I la circonferenza (nera) di centro D e raggio DG [assioma 6]
Siccome D è il centro del cerchio, DG è uguale a DI[definizione di cerchio]. Inoltre DA è uguale a DC [perché lati del triangolo ADC che è equilatero per costruzione].
Poiché DG (= DA+AG) = DI = (DC+CI), per le nozioni comuni anche la parte restante AG risulta uguale a CI. Dunque, CI è uguale a AG, che a sua volta è uguale a AB. Per le nozioni comuni, segue che CI è uguale a AB. QED

Si osservi che il postulato 3 fornisce la possibilità di utilizzare il compasso per disegnare una circonferenza, ma la sua formulazione non permette di utilizzarlo per misurare la lunghezza di un segmento: l'assioma non assicura di poter mantenere l'apertura del compasso quando lo si solleva dal foglio. Tale possibilità viene però garantita attraverso le proposizioni 2 e 3.