Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 23-1-2026

Cognome:	
Nome:	
Orale:	

Esercizio	**Punteggio**
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Determinare se i seguenti limiti esistono e nel caso calcolarli:

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)-y^2}{x\cos(x)-\sin(y^2)}$ (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|x|+xy\log(x^2+y^2)+|y|}{\sqrt{|x|+|y|+1}-1}$

Esercizio 2. Per $R>0$, sia S la superficie data dal bordo del solido

$$D=\left\{(x,y,z): x^2+y^2\le R^2\le x^2+y^2+z^2,\ 0\le z\le R,\ y\ge 0\right\}.$$

(a) Determinare la coordinata z del baricentro della superficie S.

(b) Trovare un campo vettoriale centrale $\boldsymbol{F}$ tale che il suo flusso uscente attraverso S sia uguale a 1.

Esercizio 3. Sia l'equazione $y+x^2e^{y-1}=x^2+e^{2xy}$ e sia Γ l'insieme dei punti del piano che soddisfano l'equazione data.

(a) Verificare che in un intorno di $(0,1)$ l'equazione definisce implicitamente una funzione $y=\varphi(x)$ tale che $\varphi(0)=1$ e calcolare il suo polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in 0.

(b) Determinare un punto (x_0,y_0) tale che la funzione $f(x,y)=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2$ ha un massimo relativo vincolato a Γ nel punto $(0,1)$.

Esercizio 4. Sia $S=\left\{(x,y,z): (3+y)(x^2+z^2)=1,\ y^2+y\le 2\right\}$.
La superficie S è orientata in modo che $\langle \boldsymbol{n},\boldsymbol{j}\rangle\ge 0$ in ogni suo punto.

(a) Determinare il punto di intersezione tra il piano $z=0$ e la retta passante per $P=(0,0,\frac{1}{\sqrt{3}})$ e ortogonale alla superficie S.

(b) Calcolare il flusso $\displaystyle\iint_S \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{S}\rangle$ dove $\boldsymbol{F}(x,y,z)=\dfrac{(x,y,z)}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$.