

Analisi Matematica 2

Foglio di esercizi n. 5

1. Determinare il massimo e il minimo delle seguenti funzioni negli insiemi indicati.

- a. $f(x, y, z) = x + z$ in $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 2, z = x^2 + y^2\}$
- b. $f(x, y, z) = 2x + 2y - z$ in $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$
- c. $f(x, y, z) = 4x + z^2$ in $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 4\}$

2. Calcolare i seguenti integrali doppi.

- a. $\iint_D \frac{e^{x/y}}{y^4} dx dy$ con $D = [0, 2] \times [1, 2]$
- b. $\iint_D (1 - |x| - y) dx dy$ con $D = \{(x, y) : x \geq -1, y \geq 0, x + y \leq 1\}$
- c. $\iint_D \frac{1}{(2y - x + 8)^2} dx dy$ con $D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq 2y + 3\}$
- d. $\iint_D \frac{x + y}{1 + x^2} dx dy$ con $D = \{(x, y) : y \geq |x| - 1, x^2 + y^2 \leq 1\}$
- e. $\iint_D y(1 - \sin(x)) dx dy$ con $D = \{(x, y) : y \geq 0, 1 \leq |x| + y \leq 2\}$
- f. $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$ con $D = \{(x, y) : y \geq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$
- g. $\iint_D (x - 1)^2 dx dy$ con $D = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$
- h. $\iint_D (x - y) \log(x + y) dx dy$ con $D = \{(x, y) : 0 \leq x - y \leq 1 \leq x + y \leq 3\}$

3. Calcolare il volume dei seguenti insiemi.

- a. $D = \left\{ (x, y, z) : \frac{|x|}{4} + \frac{|y|}{3} + |z| \leq 1 \right\}$
- b. $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 1\}$
- c. $D = \{(x, y, z) : 0 \leq 4 - x^2 - y^2 \leq z \leq 1\}$
- d. $D = \{(x, y, z) : 3(x^2 + y^2) \leq z^2, x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4\}$

4. Calcolare i seguenti integrali tripli.

- a. $\iiint_D \frac{1}{(x + y + z + 1)^3} dx dy dz$ con $D = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1\}$
- b. $\iiint_D |y - x| e^z dx dy dz$ con $D = \{(x, y, z) : x, y, z \in [0, 1], z \leq x + y \leq 1\}$
- c. $\iiint_D z e^{x^2 + y^2} dx dy dz$ con $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$
- d. $\iiint_D z^2 dx dy dz$ con $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq \min(1 - z^2, 2z - z^2)\}$