

Analisi Matematica 2

Foglio di esercizi n. 4

1. Per ciascuna delle seguenti equazione dire se definiscono implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ in un intorno del punto assegnato (x_0, y_0) . Nel caso determinare il polinomio di Taylor di φ in x_0 di ordine 2.

- a. $2y - x^2 = 2 + \log(y)$ in $(0, 1)$ b. $\log(1 + x^2 - 2y) = x + y^4$ in $(0, 0)$
c. $y(x^2 + y^2) = 2x^2$ in $(1, 1)$ d. $x^2 - 2x + 4y^2 = 3$ in $(1, 1)$
e. $x^2y = e^{xy+1}$ in $(-1, 1)$ f. $x^5 + 3x^2y - 2y^4 = 1$ in $(1, 0)$

2. Per ciascuno dei seguenti sistemi dire se definiscono implicitamente due funzioni $y = \varphi(x)$, $z = \psi(x)$ in un intorno del punto assegnato (x_0, y_0, z_0) . Nel caso determinare il polinomio di Taylor di φ e ψ in x_0 di ordine 1.

- a. $\begin{cases} xyz = -2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 8 \end{cases}$ in $(-1, 2, 1)$ b. $\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ xy + yz = xz - 3 \end{cases}$ in $(1, -1, 1)$

3. Per ciascuno dei seguenti insiemi determinare il piano tangente nel punto assegnato.

- a. $\{(x, y, z) : xyz = -8\}$ in $(-2, 1, 4)$
b. $\{(x, y, z) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 4(z - 2)^2 = 9\}$ in $(3, 1, 3)$

4. Determinare i punti stazionari vincolati delle seguenti funzioni negli insiemi indicati.

- a. $f(x, y) = xy + x^2$ in $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 + xy = 4\}$
b. $f(x, y) = (3x + 2y)^2$ in $\Gamma = \{(x, y) : 4x^2 + y^2 = 4\}$
c. $f(x, y) = x - x^2 - y^2$ in $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 2y^2 = 9\}$
d. $f(x, y) = \log(xy)$ in $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 2y^2 = y\}$
e. $f(x, y) = x - y^2$ in $\Gamma = \{(x, y) : x = y^2 + 1\}$
f. $f(x, y) = 2x + y$ in $\Gamma = \{(x, y) : (x + 1)^2 + y^2 = 5\}$

5. Determinare il massimo e il minimo delle seguenti funzioni negli insiemi indicati.

- a. $f(x, y) = \log((x + 1)^2 + y^2)$ in $D = [1, 3] \times [-1, 4]$
b. $f(x, y) = x^2y$ in $D = \{(x, y) : 2x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$
c. $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy$ in $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 2\}$
d. $f(x, y) = x + \sqrt{3}y$ in $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4x, y \geq 0\}$
e. $f(x, y) = (y - x)^2$ in $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$
f. $f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}$ in $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$
g. $f(x, y) = y(y - x^2 + 4)$ in $D = \{(x, y) : x^2 - 4 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$
h. $f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(x + y)$ in $D = \{(x, y) : x + |y| \leq \pi, x \geq 0\}$