

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = \frac{e^{x+y} - 1}{x^3 + y^3}$.

- (a) Determinare il dominio D di f e dimostrare che f è sempre positiva in D .
 (b) Calcolare $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$ per ogni $(x_0, y_0) \notin D$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema:
$$\begin{cases} 4x^2 + yz + 8 = 3y^2 \\ x^3 + z^2 + 3 = 2y \end{cases}$$

- (a) Verificare che in un intorno del punto $(1, 2, 0)$ il sistema definisce implicitamente due funzioni $y = \varphi(x)$ e $z = \psi(x)$ e calcolare $\varphi'(1)$ e $\psi'(1)$.
 (b) Sia C l'insieme dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che soddisfano il sistema. Scrivere la retta tangente a C in $(1, 2, 0)$ sia in forma parametrica che come intersezione di due piani.

Esercizio 3. Sia $T = \{(x, y, 0) : 2x \leq 2y \leq 8x - 3x^2\}$ e sia D il solido ottenuto ruotando di 360° l'insieme T attorno alla retta $L = \{(t, t, 0) : t \in \mathbb{R}\}$.

- (a) Determinare un piano tangente a D che sia parallelo a L .
 (b) Calcolare il volume di D .

Esercizio 4. Per $a > 0$ sia $S_a = \{(x, y, z) : a^2 x^2 + y^2 + a^2 z^2 = a^2, y \geq 0\}$.

- (a) Per $a \in (0, 1)$, calcolare $\iiint_{D_a} \frac{5x + 6y}{1 + \sqrt{x^2 + z^2}} dx dy dz$ dove D_a è il solido limitato che ha come bordo $S_a \cup S_1$.

- (b) Per $a > 0$, calcolare $\iint_{S_a} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $\mathbf{F}(x, y, z) = (4x + e^z, e^{x^2+z^2} - 5y, 7z + e^y)$ e S_a è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{j} \rangle \geq 0$ in ogni suo punto.