Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 14-2-2025

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = y^2 e^x$.

(a) Determinare il valore il massimo e il valore minimo di f in

$$D = \{(x, y) : 9x^2 + 4y^2 \leq 72,\ |y - 2\sqrt{2}| \leq \sqrt{2}\}.$$

(b) Trovare dei valori reali per x_0, y_0 e R in modo che in

$$C = \{(x, y) : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R^2\}$$

il valore il massimo di f sia e^2 e il valore minimo di f sia 0.

Esercizio 2. Sia l'equazione $xe^y + y \log(x) = 1$.

(a) Verificare che in un intorno di $(1, 0)$ l'equazione definisce implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ tale che $\varphi(1) = 0$ e calcolare il suo polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in $x_0 = 1$.

(b) Calcolare il limite di

$$f(x, y) = \frac{\big(y \sin(\pi x)\big)^2}{(x - 1)^3 + (e^y - 1)^3}$$

per $(x, y) \to (1, 0)$ lungo la curva data dai punti che soddisfano l'equazione.

Esercizio 3. Sia D il solido dato dal poliedro di vertici:

$$(0, 0, 0),\ (4, 0, 0),\ (0, 3, 0),\ (0, 0, 3) \text{ e } (0, 3, 3).$$

(a) Calcolare $\displaystyle\frac{1}{|D|} \iiint_D (x^2 + y^2 + z^2)\, dxdydz$.

(b) Calcolare $\displaystyle\frac{1}{|\partial D|} \iint_{\partial D} xyz\, dS$.

Esercizio 4. Sia $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \Big(2, 2x, z^2\Big)$ e siano

$$S_1 = \Big\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 3,\ z^2 \geq x^2 + (y - 1)^2,\ z \geq 0\Big\}$$

orientata in modo che $\langle \boldsymbol{n}, \boldsymbol{k} \rangle \geq 0$ in ogni suo punto, e

$$S_2 = \Big\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 3,\ z^2 = x^2 + (y - 1)^2,\ z \geq 0\Big\}$$

è orientata in modo che $\langle \boldsymbol{n}, \boldsymbol{k} \rangle \leq 0$ in ogni suo punto.

(a) Calcolare $\displaystyle\iint_{S_1 \cup S_2} \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{S} \rangle$.

(b) Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{S} \rangle$ dove γ è la curva chiusa data da $S_1 \cap S_2$ orientata in senso antiorario rispetto all'asse z.