

Analisi Matematica

Esercizi di riepilogo - Quarta parte

Esercizio 1. Sia $f(x) = \arctan(x) + \frac{2x}{1+x^2}$.

a) Tracciare il grafico di f specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i punti di non derivabilità, i massimi e i minimi relativi, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

b) Tracciare il grafico di $f(|x-1|)$.

Esercizio 2. Sia $f(x) = \frac{1}{1+2\log(x)} - \sqrt{1+4x(1-x)}$.

a) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(\sin(\pi x))^2}$.

b) Determinare se il punto $x_0 = 1$ è per f un punto di minimo relativo, massimo relativo o nessuno dei due.

Esercizio 3. Sia $f(x) = \frac{\arctan(\sqrt{6x})}{x\sqrt{x}}$.

a) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ l'integrale $\int_0^\infty \frac{f(x)x^a}{(\log(3+x^4))^2} dx$ è convergente.

b) Calcolare $\int_{1/6}^{+\infty} f(x) dx$.

Esercizio 4. a) Risolvere il problema di Cauchy per $x \in (1, +\infty)$,

$$\begin{cases} xy'(x) = \frac{2x^2y(x)}{1-x^2} + 2 \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

b) Determinare l'asintoto della soluzione $y(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.