

Analisi Matematica

Foglio di esercizi n. 8

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin(4x)) - \cos(3 \sin(x))}{\log(e + x^2) - e^{2x^2}}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2 + 2^{1/x})^x + x^{\log(x)}}{x \left(3^x - \left(3 - \frac{1}{x^2} \right)^x \right)}$

2. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a. $f(x) = 2 \log(x^2 - 2x + 2) - |x|$ b. $f(x) = \arctan(1/x) + \frac{3|x|}{1 + x^2}$

3. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a. $\int \tan^2(x) dx$ b. $\int \frac{3x^4 + 1}{x^2 + 1} dx$
c. $\int \frac{x e^{x^2}}{9 + e^{2x^2}} dx$ d. $\int \frac{\log(\log(x))}{x} dx$
e. $\int x \log(1 + x) dx$ f. $\int \frac{e^{\tan(x)} (\sin(x) + \cos(x))}{\cos^3(x)} dx$

4. Calcolare i seguenti integrali definiti:

a. $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos^3(x) dx$ b. $\int_0^{1/2} \frac{\sqrt{1-x} + 6}{\sqrt{1-x^2}} dx$
c. $\int_1^e \frac{1}{x(3 + \log(x))^2} dx$ d. $\int_0^1 (1 + 2x^2) e^{2x} dx$
e. $\int_{-\pi}^{\pi} |x| (\cos(x) - 2 \sin(x)) dx$ f. $\int_0^{\pi} (\sin^2(x) + \cos^3(x)) dx$
g. $\int_0^2 \log(4 + x^2) dx$ h. $\int_0^{\pi/6} \frac{1}{\cos(x)} dx$

5. Risolvere i seguenti problemi:

- a. fare un esempio di una funzione f continua e strettamente crescente in $[0, +\infty)$ tale che la funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$;
- b. determinare il più grande numero reale m tale che per ogni $x > 1$,

$$e^{x/4} \geq m \frac{x-1}{x+1}.$$