Analisi Matematica
Foglio di esercizi n. 7

1. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x - x^2}}{1 - x}$ **b.** $f(x) = \dfrac{|x^2 - 4| - 4}{(x - 2)^2}$

2. Per ciascuna funzione determinare il polinomio di Taylor centrato in x_0 di ordine n.

a. $\log\left(\dfrac{x}{2 - x^2}\right)$, $x_0 = 1$, $n = 3$ **b.** $\dfrac{e^{-x^2}}{(1 - 2x)(x^2 + 1)}$, $x_0 = 0$, $n = 4$

c. $\dfrac{\log(\cos(x))}{1 + \sin^2(x)}$, $x_0 = 0$, $n = 5$ **d.** $\dfrac{\arctan(x - x^2)}{\sqrt{1 + 3x^2}}$, $x_0 = 0$, $n = 4$

e. x^x, $x_0 = 1$, $n = 3$ **f.** $\sqrt{1 + \cos^2(x)}$, $x_0 = 3\pi/2$, $n = 4$

3. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x \arcsin(x) - x^2}{\sqrt{1 + 3x^4} - 1}$ **b.** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \left(\frac{x^x - x}{\log^3(x)} - \frac{1}{\log(x)}\right)$

c. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2 \cos(5/x) - (x^2 - x - 3)e^{1/x}}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^x}$ **d.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(1 + \sin(x) + \log(1 - x + x^2)\right)^{1/x^2}$

e. $\displaystyle\lim_{x\to \pi/4} \left(\frac{2}{\tan(x) - 1} - \frac{1}{\sqrt{2}\sin(x) - 1}\right)$ **f.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2(\cos(2\sin(x)) - \cos(2x))}{x^5 + x^2 - \sin(x^2) - x^5 e^{-x}}$

g. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2 \log^2(\sin(x) + \frac{1}{x})}{\sqrt{1 + 2x\log(x)} - 1 - x\log(x)}$ **h.** $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\log^2(x)\,(x + 4)^x}{(x + \log(x))^x - x^{x+1}}$

4. Risolvere i seguenti problemi:

a. determinare quale punto P lungo la parabola $y = 1 + x^2$ ha distanza minima dal punto $Q = (5, 0)$;

b. determinare per ogni $b \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione
$$\frac{b}{x} = \exp\left(\frac{|x - 1|}{x}\right).$$