

Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 21/1/2025

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = x \left(\frac{4\sqrt{|x-1|}}{|x|} - 1 \right)$.

- a) Tracciare il grafico di f specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Determinare l'insieme $\{f(x) : x \in (0, 10]\}$.
- c) Trovare un $c \in \mathbb{R}$, tale che l'equazione $f(x) = c$ ha esattamente due soluzioni.

Esercizio 2. Siano

$$f(x) = (e^x - e^{-x})^2 - \frac{2x^2}{1+x^2} \quad \text{e} \quad g(x) = x \left(\log \left(1 + x - \frac{x^2}{2} \right) - x \right).$$

- a) Calcolare i polinomi di Taylor di ordine $n = 4$ di f e g in $x_0 = 0$.
- b) Qual è l'asintoto della funzione $h(x) = \frac{f(1/x)}{g(1/x)}$ per $x \rightarrow +\infty$?

Esercizio 3. Sia $\int_0^{+\infty} e^{ax} (\arctan(e^{2x}) - \arctan(e^{-2x})) dx$.

- a) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ l'integrale dato è convergente.
- b) Calcolare l'integrale per $a = -4$.

Esercizio 4. Sia la seguente equazione di secondo grado in $\mathbb{C}$:

$$z(z - 2\sqrt{2}i) = 2\sqrt{3}i.$$

- a) Calcolare le radici quadrate del discriminante Δ .
- b) Determinare le soluzioni dell'equazione in forma cartesiana.