

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = \frac{e^{x^2} - e^{y^2}}{\sqrt{8 + x^2y} - \sqrt{8 + xy^2}}$.

(a) Calcolare $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} f(x, y)$.

(b) Trovare un punto di accumulazione del dominio di f dove il limite non esiste.

Esercizio 2. Sia il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x^3 - yx^4 - y^5}{x^4 + y^4}, \frac{x^5 + y^3 + xy^4}{x^4 + y^4} \right)$.

(a) Sia γ la curva che parte da $(1, 0)$ e percorre il quarto della circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ fino a $(0, 1)$, il segmento da $(0, 1)$ a $(0, 3)$ e infine il quarto dell'ellisse $9x^2 + 4y^2 = 36$ fino a $(2, 0)$. Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$.

(b) Fare un esempio di curva γ_2 da $(1, 0)$ a $(2, 0)$ tale che $\int_{\gamma_2} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle = 1$.

Esercizio 3. Sia $T = \{(x, y, 0) : 4y^2 \leq x + 2|y|, x \leq |y| + 1\}$.

(a) Determinare le coordinate del baricentro di T .

(b) Calcolare il volume del solido che si ottiene ruotando l'insieme T di 360° attorno alla retta $L = \{(2, t, 0) : t \in \mathbb{R}\}$.

Esercizio 4. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 \leq 1, |x| + |y| \leq 1, y \geq 0\}$.

(a) Calcolare il volume di D e l'area totale del suo bordo ∂D .

(b) Calcolare $\iint_S \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $S = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 = 1, x \geq 0, z \geq 0\} \cap D$ è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$ e $\mathbf{F}(x, y, z) = (z, xyz, 2y)$.