

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = \frac{\arcsin(2xy)}{\log\left(\frac{1+x^2}{1+y}\right)}$ .

- (a) Disegnare il dominio della funzione  $f$ .
- (b) Determinare se il seguente limite esiste e nel caso calcolarlo:  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ .

**Esercizio 2.** Sia  $D = \{(x, y) : 8x \leq 4x^2 + y^2 \leq 16x, y \geq 0\}$ .

- (a) Determinare il valore massimo e il valore minimo di  $f(x, y) = 2x + \sqrt{3}y$  in  $D$ .
- (b) Fare un esempio di funzione  $g$  che sia continua in  $D$  e che non assuma il suo valore massimo in  $D$  sul bordo  $\partial D$ .

**Esercizio 3.** Sia  $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2y, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$ .

- (a) Determinare il piano tangente al solido  $D$  nel punto  $\left(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .
- (b) Calcolare  $\iiint_D z \, dx \, dy \, dz$ .

**Esercizio 4.** Sia il campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{x}{1+x^2+y^2}, x^3+z, 2\right)$  e sia il solido  $D = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$  con il bordo  $\partial D$  orientato verso l'esterno. Inoltre siano le superfici:

$$S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 2\} \cap \partial D \quad \text{e} \quad S_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z\} \cap \partial D.$$

- (a) Calcolare  $\iint_{S_1 \cup S_2} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ .
- (b) Calcolare  $\iint_{S_1 \cup S_2} \langle \text{rot}(\mathbf{F}), d\mathbf{S} \rangle$ .