Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 16-2-2024

Cognome:	
Nome:	
Orale:	

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. (a) Verificare che in un intorno di $(1,0)$ l'equazione

$$e^{x+y} + y^2 + 1 = x^2 + e(y+1)$$

definisce implicitamente una funzione $x = \psi(y)$ tale che $\psi(0) = 1$ e determinare il suo polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in $y_0 = 0$.

(b) Determinare se $(1,0)$ è un punto di massimo relativo, minimo relativo o nessuno dei due, della funzione $f(x,y) = x^2 + y^2$ vincolata a

$$\Gamma = \{(x,y) \,:\, e^{x+y} + y^2 + 1 = x^2 + e(y+1)\}.$$

Esercizio 2. Si consideri la curva parametrica semplice e chiusa

$$\boldsymbol{\gamma}(t) = (t(1-t), (1-t)t^2) \text{ per } t \in [0,1].$$

(a) Determinare l'area della parte di piano D delimitata dalla curva γ.

(b) Trovare tutte le rette tangenti a γ che siano ortogonali alla retta $x + y = 2$.

Esercizio 3. Sia $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \geq 2x,\ x^2 + y^2 \leq 4x,\ |y| \leq x\}$.

(a) Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{s}\rangle$ dove $\boldsymbol{F}(x,y) = (2xe^y + y, x^2 e^y - 3x)$ e γ è il percorso da $(2,0)$ a $(4,0)$ lungo il bordo di D contenuto nel primo quadrante.

(b) Calcolare $\displaystyle\iint_D \frac{y(y+x)}{x^2}\, dxdy$.

Esercizio 4. (a) Determinare la posizione del baricentro del solido

$$D = \left\{(x,y,z) : x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 36,\ x(x+2) \leq 8\right\}.$$

(b) Calcolare $\displaystyle\iint_S \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{S}\rangle$ dove $\boldsymbol{F}(x,y,z) = \left(x(z^3 - y^2), y(xy-1), zy^2\right)$ e S è la superficie

$$S = \left\{(x,y,z) : x^2 + 4y^2 + z^2 = 36,\ x(x+2) \leq 8\right\}$$

orientata in modo che $\boldsymbol{n} = (0,0,1)$ nel punto $(0,0,6)$.