Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 26-1-2024

Cognome:	
Nome:	
Orale:	

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Si consideri la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2x^{2k+1} + 3(k+3)!\, x^k}{(k+2)!(1+x)^k}.$$

(a) Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie è convergente.

(b) Calcolare la somma della serie per $x = 1$.

Esercizio 2. Sia $f(x,y) = 2x^2 + xy - y^2$.

(a) Per ogni intero positivo n, determinare se il seguente limite esiste e nel caso calcolarlo:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(xy)^n}{f(x,y)}.$$

(b) Determinare il valore il massimo e il valore minimo di f in

$$D = \{(x,y) : x^2 - xy + y^2 \leq 4/3,\ y \geq 0\}.$$

Esercizio 3. Sia $D = \{(x,y) : 0 < x \leq y^2 \leq 8x,\ 1 \leq xy \leq 8\}$.

(a) Disegnare D e calcolare

$$\iint_D \frac{x^2 y}{x + y^2}\, dxdy$$

usando il cambio di variabili $u = y^2/x$ e $v = xy$.

(b) Trovare un campo vettoriale $\boldsymbol{F}$ tale che $\boldsymbol{F}(2,1) = (1,3)$ e

$$\int_{\partial^+ D} \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{s} \rangle = \iint_D \frac{x^2 y}{x + y^2}\, dxdy.$$

Esercizio 4. Sia $S = \big\{(x,y,z) : (x^2+y^2)(z+1)^2 = 4,\ 0 \leq z \leq 1\big\}$.
La superficie S è orientata in modo che $\langle \boldsymbol{n}, \boldsymbol{k} \rangle \geq 0$ in ogni suo punto.

(a) Calcolare $\displaystyle\iint_S (x^2+y^2)^2\, dS$.

(b) Calcolare $\displaystyle\iint_S \langle \mathrm{rot}(\boldsymbol{F}), d\boldsymbol{S} \rangle$ dove $\boldsymbol{F}(x,y,z) = \big(ze^x, 4xy^2, z\big)$.