# Analisi Matematica 1
## Foglio di esercizi n. 9

**1.** Calcolare i seguenti limiti:

**a.** $\displaystyle \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x+e^{-x}-2}+\frac{1}{\log(x^2+\cos(2x))}\right)$ **b.** $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{1}{x\log(1+x^2)}\int_0^x t\sin(2t)e^{3t}\,dt$

**2.** Data la funzione

$$f(x)=x^2+\log|x^2-3|$$

determinare il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità, i flessi e infine tracciarne il grafico.

**3.** Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

**a.** $\displaystyle \int \frac{x^4+1}{(x-1)^2(x+1)}\,dx$ **b.** $\displaystyle \int \frac{e^x+1}{e^{2x}+1}\,dx$

**c.** $\displaystyle \int \frac{1}{\sqrt{x}(x-9)}\,dx$ **d.** $\displaystyle \int \log(x+\sqrt{1+x^2})\,dx$

**4.** Calcolare i seguenti integrali definiti:

**a.** $\displaystyle \int_0^4 e^{\sqrt{x}}\,dx$ **b.** $\displaystyle \int_1^4 (|x-2|-x)\log(x)\,dx$

**c.** $\displaystyle \int_{-1}^1 (\sqrt{3}x-1)^2\arctan|x|\,dx$ **d.** $\displaystyle \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|}\log(1+e^x)\,dx$

**e.** $\displaystyle \int_{\log(2)}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$ **f.** $\displaystyle \int_0^1 x\log\left(\frac{x}{2-x}\right)\,dx$

**5.** Discutere la convergenza dei seguenti integrali impropri al variare del parametro $a\in\mathbb{R}$:

**a.** $\displaystyle \int_0^2 \frac{\arctan(1/\sqrt[3]{x})}{x^a}\,dx$ **b.** $\displaystyle \int_1^{+\infty} \frac{\arctan(1/\sqrt[3]{x})}{x^a}\,dx$

**c.** $\displaystyle \int_0^4 \frac{(e^x-1)^a}{e^x-e^{-x}}\,dx$ **d.** $\displaystyle \int_2^{+\infty} \frac{(e^x-1)^a}{e^x-e^{-x}}\,dx$

**e.** $\displaystyle \int_1^{+\infty} \frac{(x+2)(x-1)^2}{x(x^4-1)^a}\,dx$ **f.** $\displaystyle \int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-1/(1+x^2)}}{\sqrt[3]{x}\,|\log x|^a}\,dx$

**6.** Risolvere i seguenti problemi:

**a.** determinare $a,b\in\mathbb{R}^+$ tali che la funzione $f(x)=\sin(ax)+b$ soddisfi le seguenti condizioni: la media integrale di $f$ in $[-1,1]$ vale 4 e l'equazione $f(x)=4$ ha almeno due soluzioni in $(-1,1)$;

**b.** fare un esempio di una funzione $f$ integrabile in $[-1,1]$ tale che la funzione integrale $F(x)=\int_{-1}^x f(t)\,dt$ ha un punto angoloso in 0.