

# Analisi Matematica 1

## Foglio di esercizi n. 7

1. Per ciascuna funzione  $f$  tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a.  $f(x) = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{1 - x}$

b.  $f(x) = \frac{|x^2 - 4| - 4}{(x - 2)^2}$

2. Per ciascuna funzione determinare il polinomio di Taylor centrato in  $x_0$  di ordine  $n$ .

a.  $\log\left(\frac{x}{2 - x^2}\right)$ ,  $x_0 = 1$ ,  $n = 3$

b.  $\frac{e^{-x^2}}{(1 - 2x)(x^2 + 1)}$ ,  $x_0 = 0$ ,  $n = 4$

c.  $\frac{\log(\cos(x))}{1 + \sin^2(x)}$ ,  $x_0 = 0$ ,  $n = 5$

d.  $\frac{\arctan(x - x^2)}{\sqrt{1 + 3x^2}}$ ,  $x_0 = 0$ ,  $n = 4$

e.  $x^x$ ,  $x_0 = 1$ ,  $n = 3$

f.  $\sqrt{1 + \cos^2(x)}$ ,  $x_0 = 3\pi/2$ ,  $n = 4$

3. Calcolare i seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin(x) - x^2}{\sqrt{1 + 3x^4} - 1}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^x - x}{\log^3(x)} - \frac{1}{\log(x)} \right)$

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \cos(5/x) - (x^2 - x - 3)e^{1/x}}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^x}$

d.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x) + \log(1 - x + x^2))^{1/x^2}$

e.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \left( \frac{2}{\tan(x) - 1} - \frac{1}{\sqrt{2} \sin(x) - 1} \right)$

f.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(\cos(2 \sin(x)) - \cos(2x))}{x^5 + x^2 - \sin(x^2) - x^5 e^{-x}}$

g.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \log^2(\sin(x) + \frac{1}{x})}{\sqrt{1 + 2x \log(x)} - 1 - x \log(x)}$

h.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log^2(x) (x + 4)^x}{(x + \log(x))^x - x^{x+1}}$

4. Risolvere i seguenti problemi:

a. determinare quale punto  $P$  lungo la parabola  $y = 1 + x^2$  ha distanza minima dal punto  $Q = (5, 0)$ ;

b. determinare per ogni  $b \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{b}{x} = \exp\left(\frac{|x - 1|}{x}\right).$$