

Analisi Matematica 1

Foglio di esercizi n. 6

1. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti e i punti di non derivabilità.

a. $f(x) = (|x + 1| + 1)e^{1/x}$ b. $f(x) = \arctan\left(|x| + \frac{1}{x}\right)$

2. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a. $f(x) = e^{-2x^2} + 1 - |x|$ b. $f(x) = \frac{2|x|^3}{x^2 - 4}$

3. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\pi - 3 \arcsin(x/2)}{\pi - 3 \arctan(x)}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \arctan(5x)}{e^{-2/x} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}}}$
c. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cos(\pi/x)}{(\arccos(2/x))^2}$ d. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{\log(x)} \right)$

4. Per ciascuna funzione determinare il polinomio di Taylor centrato in x_0 di ordine n .

a. $\arcsin(x)$, $x_0 = 0$, $n = 3$ b. $\frac{1}{\sqrt{1 + 4x}}$, $x_0 = 0$, $n = 3$
c. $\log\left(\frac{x}{2-x}\right)$, $x_0 = 1$, $n = 4$ d. $\frac{1}{2 - e^{-x}}$, $x_0 = 0$, $n = 3$
e. $\tan(x)$, $x_0 = \pi/4$, $n = 3$ f. $\log(\cos(x))$, $x_0 = 0$, $n = 4$

5. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x) - \sin(x)}{x \log(\cos(x))}$ b. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan(x))^{4x - \pi}$

6. Fare un esempio di:

- a. un polinomio $ax^4 - bx^2$ con almeno due punti di flesso tale che le rette tangenti in tali punti siano ortogonali;
- b. una retta $y = mx + q$ che sta tra il grafico di $\log(x)$ e il grafico di $x^2/4$ ossia tale che $\forall x > 0$, $\log(x) \leq mx + q \leq \frac{x^2}{4}$.