

Analisi Matematica 1

Foglio di esercizi n. 4

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{4^{n \log(n)}}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(6^{1/n} - 3^{1/n})$

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n \log(n+3)}}{e^{n \log(n+1)}}$

e. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{\frac{n-1}{n+4}} - 1 \right)$

f. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n} - \sqrt{n - \sqrt{n}} \right)$

2. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctan(2x^3) - x^3}{x^2(\cos(3\sqrt{x}) - 1)}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + \sin(2x)} - 2}{x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(2) - \log(x)}{\sqrt{2} - \sqrt{x}}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi/x)}{\sqrt{2x} - 2}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{-1/x} + \sin(x))$

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + 1)}{x^{1-\frac{1}{x}} - x}$

3. Per ciascuna funzione f determinare f' .

a. $f(x) = \cos(\pi/x)(3 + \sqrt{x})$

b. $f(x) = x \log(1 + x^2) \tan(2x)$

c. $f(x) = \frac{x \sin(x)}{1 + (\cos(x))^2}$

d. $f(x) = \frac{\arcsin(2x)}{\arccos(3x)}$

4. Per ciascuna funzione f determinare f' e studiarne il segno.

a. $f(x) = x + \sin(x)$,

b. $f(x) = x^{1/x}$,

c. $f(x) = \frac{1 - |2x + 1|}{x^2 + 1}$,

d. $f(x) = e^{-x^2}(x^4 - 3x^2 + 1)$,

e. $f(x) = x \log|x|$,

f. $f(x) = \sqrt{x} - 4 \log(\sqrt{x} + 1)$.

5. Fare un esempio di:

- una funzione continua in $(0, 1)$, non limitata e con un unico punto di minimo assoluto;
- una funzione continua in \mathbb{R} , limitata tra 0 e 2, senza punti di massimo assoluto e senza punti di minimo assoluto.