Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 17/9/2024

Cognome:
Nome:
Matricola:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = \arcsin(\sqrt{|x^2 - 1|})$.

a) Determinare il dominio, la derivata prima, i punti di non derivabilità e gli intervalli di monotonia.

b) Trovare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = c$ al variare di $c \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Sia $f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}}{2x + 1}$.

a) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine $n = 2$ di f in $x_0 = 0$.

b) Qual è l'asintoto di f per $x \rightarrow +\infty$?

Esercizio 3. a) Dimostrare per induzione che per ogni intero $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1} = \frac{n}{2n + 1}.$$

b) Calcolare il valore della somma della serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k^2 + 4^k - 1}{4^k(4k^2 - 1)}.$$

Esercizio 4. Sia $\int_{-1}^3 \frac{A + x - \sqrt{x+1}}{(x-3)(\sqrt{x+1} + 2)} dx$ con $A \in \mathbb{R}$.

a) Per quali valori di A l'integrale dato è convergente?

b) Calcolare l'integrale per $A = -1$.