

Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 3/9/2024

Cognome:
Nome:
Matricola:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = (2x - 3)e^{x^2}$.

- Determinare tutti i valori di k tali che l'equazione $f(x) = k$ ha esattamente due soluzioni.
- Dimostrare che la funzione f ha un unico punto di flesso e che tale punto appartiene all'intervallo $(0, 1)$.

Esercizio 2. Sia $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{|\log(x)|^a(x^2 + 3x + 2)} dx$ con $a \in \mathbb{R}$.

- Per quali valori di a l'integrale dato è convergente?
- Calcolare l'integrale per $a = 0$.

Esercizio 3. a) Risolvere il problema di Cauchy per $x \in (1, +\infty)$,

$$\begin{cases} x \log(x)y'(x) = (2 \log(x))^2 - 2y(x) \\ y(e) = 3 \end{cases}$$

- Determinare il valore minimo della soluzione $y(x)$ nell'intervallo $(1, +\infty)$.

Esercizio 4. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$\operatorname{Im}(z^2 + 5z) = (iz)^2 + 4.$$