

Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 25/6/2024

Cognome:
Nome:
Matricola:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = \frac{1}{1 + 2 \log(x)} - \sqrt{1 + 4x(1 - x)}$.

a) Calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(\sin(\pi x))^2}$.

b) Determinare se il punto $x_0 = 1$ è per f un punto di minimo relativo, massimo relativo o nessuno dei due.

Esercizio 2. a) Calcolare il polinomio di Taylor di $\tan(x)$ in $x_0 = \frac{\pi}{4}$ di ordine 3 .

b) Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(1-x)(\tan(x))^a}{x^{3/2}(1-\tan(x))^{a-1}} dx$$

è convergente.

Esercizio 3. a) Risolvere il problema di Cauchy per $x \in (1, +\infty)$,

$$\begin{cases} xy'(x) = \frac{2x^2y(x)}{1-x^2} + 2 \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

b) Determinare l'asintoto della soluzione $y(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.

Esercizio 4. Sia $f(x, y) = xe^y - ye^x$.

a) Verificare che $(1, 1)$ è un punto critico di f e studiarne la natura.

b) Dimostrare che $(1, 1)$ è l'unico punto critico di f .