

## Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 23/1/2024

<b>Cognome:</b>
<b>Nome:</b>
<b>Matricola:</b>

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = x + \log(|x^2 - 3|)$ .

- a) Tracciare il grafico di  $f$  specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = c$  al variare di  $c \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \frac{1}{1 + 4 \log(x)} - \frac{4}{x^{2x} + \sin(x^2 - x)}$ .

- a) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine  $n = 2$  di  $f$  in  $x_0 = 1$ .
- b) Qual è l'asintoto di  $xf\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$  per  $x \rightarrow +\infty$ ?

**Esercizio 3.** Sia  $f(x) = \frac{\arctan(\sqrt{6x})}{x\sqrt{x}}$ .

- a) Determinare per quali  $a \in \mathbb{R}$  l'integrale  $\int_0^{\infty} \frac{f(x)x^a}{(\log(3 + x^4))^2} dx$  è convergente.
- b) Calcolare  $\int_{1/6}^{+\infty} f(x) dx$ .

**Esercizio 4.** Risolvere il problema di Cauchy per  $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ ,

$$\begin{cases} \cos(x)y'(x) = \sin(x)y(x) + e^{2x}(x - 3) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

e determinare la retta tangente al grafico della soluzione nel punto assegnato.