

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 15-9-2023

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = (1 + x^4 y)^{1/(x^2 + y^2)}$

(a) Disegnare il dominio di  $f$ .

(b) Determinare per quali  $a > 0$  il seguente limite esiste e nel caso calcolarlo:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - 1}{(x^2 + y^2)^a}.$$

**Esercizio 2.** Sia  $\mathbf{F}(x, y, z) = (2y^2 e^{xy} + z, e^{xy}(2xy + a), x)$  con  $a \in \mathbb{R}$ .

(a) Per quali valori di  $a$  il campo  $\mathbf{F}$  è conservativo in  $\mathbb{R}^3$ ?

Per ognuno di tali valori determinare una funzione potenziale di  $\mathbf{F}$ .

(b) Calcolare  $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$  per ogni  $a \in \mathbb{R}$  dove  $\gamma$  è il segmento da  $(1, 0, 2)$  a  $(1, 2, 0)$ .

**Esercizio 3.** Sia  $S$  la superficie generata dalla rotazione completa della curva

$$C = \{(t - \sin(t), 1 - \cos(t), 0) \in \mathbb{R}^3 : t \in [0, 2\pi]\}$$

attorno all'asse  $x$ .

(a) Calcolare il volume del solido racchiuso dalla superficie  $S$ .

(b) Calcolare l'area della superficie  $S$ .

**Esercizio 4.** Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + (2 - y)z^2 = 1, 0 \leq y \leq 1, z \geq 0\}$$

orientata in modo che  $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$ .

(a) Determinare l'equazione del piano tangente a  $S$  nel punto  $(0, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{2}{3}})$ .

(b) Calcolare  $\iint_S \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$  dove  $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy, -2y^2, 5y + 2yz)$ .