

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Si consideri il sistema:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 + z^2 \\ x(y + z) + 2 = -2yz \end{cases}.$$

- (a) Verificare che in un intorno del punto $(1, -1, 1)$ il sistema definisce implicitamente due funzioni C^2 : $y = \varphi(x)$ e $z = \psi(x)$.
- (b) Determinare $\varphi'(1)$ e $\psi'(1)$.

Esercizio 2. Sia γ la curva data dall'unione della semicirconferenza da $(1, 0)$ a $(5, 0)$ contenuta nel semipiano $y \leq 0$ e della semicirconferenza da $(5, 0)$ a $(-3, 0)$ contenuta nel semipiano $y \geq 0$.

(a) Calcolare $\int_{\gamma} (x + y) ds$.

(b) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, -\frac{3y}{x^2 + y^2}, \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{3x}{x^2 + y^2} \right)$.

Esercizio 3. (a) Calcolare il volume di $D = \left\{ (x, y, z) : 4x + 4y \leq z, x^2 + y^2 + \frac{z}{2} \leq 1 \right\}$.

(b) Calcolare l'area di $S = \left\{ (x, y, z) : 4x + 4y = z, x^2 + y^2 + \frac{z}{2} \leq 1 \right\}$.

Esercizio 4. Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3 - y - z, x, 2)$ e siano le superfici

$$S_1 = \{(x, y, z) : z + 1 = x^2 + y^2, z + 3y^2 \leq 0\},$$

$$S_2 = \{(x, y, z) : z + 1 \geq x^2 + y^2, z + 3y^2 = 0\}.$$

(a) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove γ è la curva data da $S_1 \cap S_2$ percorsa in verso antiorario rispetto all'asse z .

(b) Calcolare $\iint_{S_1 \cup S_2} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove S_1 è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \leq 0$ e S_2 è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$.