Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 23-6-2023

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare. Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(2^k+1)+1}{(k+1)(3x+1)^k}.$$

Esercizio 2. Sia $f(x,y) = e^{3x+2y}$.

(a) Determinare per quali $\alpha > 0$ il seguente limite esiste e nel caso calcolarlo:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-1}{(x^2+y^2)^{\alpha}}.$$

(b) Trovare il valore massimo e il valore minimo di f in

$$D = \{(x, y) : 3x^2 + 4y^2 \le 4, \ x + 1 \ge y^2\}.$$

Esercizio 3. Si consideri il solido

$$D = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 \le (\cos(z))^2, z \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right\}.$$

- (a) Calcolare $\iiint_{D} |\sin(z)| dxdydz$.
- (b) Calcolare $\iint_S |\sin(z)| dS$ dove la superficie S è il bordo di D.

Esercizio 4. Sia F(x, y, z) = (5x + z, -2yz, xz).

(a) Calcolare $\iint_{S_1} \langle \boldsymbol{F}, d\boldsymbol{S} \rangle$ dove S_1 è il bordo di

$$D = \{(x,y,z) : 0 \le x \le \sqrt{y} \le 1, z \in [0,3]\}$$

orientato verso l'esterno.

(b) Calcolare $\int_{\gamma} \langle {\pmb F}, d{\pmb s} \rangle$ dove γ è la curva data dal bordo di

$$S_2 = \{(x, y, z) : 0 \le x = \sqrt{y} \le 1, z \in [0, 3]\}$$

percorsa nel verso antiorario rispetto all'asse x.