

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 17-2-2023

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. (a) Per ogni $\alpha > 0$, determinare il raggio di convergenza della serie di potenze:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k! k^{\alpha k}}{(2k+1)!} \cdot \frac{(x+2)^k}{\sqrt{k^2+4^k}}.$$

(b) Calcolare la somma della serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(-\pi^2)^k}{(2k+1)! 16^k}$.

Esercizio 2. (a) Determinare se i seguenti limiti esistono e nel caso calcolarli:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{2x^2 + xy + 2y^2} \quad \text{e} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + y^4}{2x^2 + 5xy + 2y^2}.$$

(b) Per ogni $b \in \mathbb{R}$, determinare le rette t e s tangenti rispettivamente nel punto $(2, 0)$ e nel punto $(0, 2)$ alla curva di livello

$$\frac{x^4 + y^4}{2x^2 + bxy + 2y^2} = 2.$$

Per quali valori di b le rette t e s sono parallele?

Esercizio 3. Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) : 4x^2 + (y-1)^2 = 4, y \leq 2x+3, 0 \leq z \leq x^2 + (y-1)^2\}.$$

S è orientata in modo che il versore normale in $(0, 3, 0)$ sia $\mathbf{n} = (0, 1, 0)$.

(a) Calcolare $\iint_S \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $\mathbf{F}(x, y, z) = (1, 0, z)$.

(b) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{G}, d\mathbf{s} \rangle$ dove $\mathbf{G}(x, y, z) = \left(\frac{2x-y}{x^2+y^2}, \frac{x+2y}{x^2+y^2}, 2z \right)$ e γ è la curva data dalla parte del bordo di S contenuta nel piano $z = 0$ e percorsa nel verso indotto dall'orientazione di S .

Esercizio 4. (a) Calcolare $\iint_S \frac{|z|}{x^2 + y^2 + (z-2)^2} dS$ dove

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 \geq 3\}.$$

(b) Calcolare il flusso di $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, yz^2, xy)$ attraverso il bordo di

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 3\}$$

orientato verso l'interno.