

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 27-1-2023

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = 4x^2 + y^2 + 2x^2y - 4$.

(a) Individuare i punti stazionari di f stabilendo per ciascuno di essi se si tratta di un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella. Ci sono punti di massimo/minimo assoluto?

(b) Determinare il valore massimo e il valore minimo di f in

$$D = \{(x, y) : 4x^2 + y^2 \leq 4, 2x^2 + y \geq 2\}.$$

(c) Trovare un esempio di insieme non limitato $A \subset \mathbb{R}^2$ tale che la funzione f è limitata in A .

Esercizio 2. Si consideri il solido

$$D = \{(x, y, z) : x^2 \leq z \leq 2, y^2 \leq z \leq 2\}.$$

(a) Calcolare l'integrale

$$\frac{1}{|D|} \iiint_D (x^2 + z^2) dx dy dz.$$

(b) Calcolare l'area totale della superficie data dal bordo di D .

Esercizio 3. Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(2x - \frac{y}{z^2}, 4xy, -6z\right)$.

(a) Calcolare $\iint_{S_1} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, e^{-2} \leq z \leq e^{-1}\}$.

La superficie S_1 è orientata in modo che il versore normale in $(1, 0, e^{-1})$ sia $\mathbf{n} = (-1, 0, 0)$.

(b) Calcolare $\iint_{S_2} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $S_2 = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, z = e^{-x^2 - y^2}\}$.

La superficie S_2 è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$ in ogni suo punto.

Esercizio 4. Siano $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\log(z), xy^2, \frac{x}{z}\right)$ e

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 8 - x^2 - y^2, z \geq x^2 + 3y^2\}.$$

La superficie S è orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$ in ogni suo punto.

(a) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove γ è la curva data dal bordo di S percorsa nel verso indotto dall'orientazione di S .

(b) Verificare il calcolo diretto svolto in (a) applicando il teorema del rotore.