

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 14-9-2022

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli chiaramente. Consegnare solo la bella copia.

**Esercizio 1.**

(a) Per quali  $x > 0$  la serie  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4k+x}{4k+3}\right)^{k^2}$  è convergente?

(b) Calcolare il valore della serie  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k+2} - 3}{(k+1)!}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x, y) = \frac{\sqrt{3}x + y - 1}{x^2 + y^2 + 2}$ .

(a) Determinare la retta tangente alla curva di livello  $f(x, y) = -\frac{1}{2}$  nel punto  $(0, 0)$ .

(b) Determinare il valore massimo e il valore minimo di  $f$  in  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**Esercizio 3.** Calcolare la coordinata  $z$  del baricentro dei seguenti due insiemi.

(a)  $\gamma = \{(e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t) \in \mathbb{R}^3 : t \in [0, 1]\}$ .

(b)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 \leq 2x, z \geq 0\}$ .

**Esercizio 4.** Siano  $\mathbf{F}(x, y, z) = (-3z, y^2, x^2)$  e

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 2x, 0 \leq z \leq 8 - 8x^2\}$$

dove la superficie  $S$  è orientata in modo che  $\langle \mathbf{n}, \mathbf{i} \rangle \geq 0$  in ogni suo punto.

(a) Calcolare  $\iint_S \langle \text{rot}(\mathbf{F}), d\mathbf{S} \rangle$ .

(b) Calcolare  $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$  dove  $\gamma$  è la curva data dalla parte del bordo di  $S$  contenuta nel semispazio  $x \geq 0$ , percorsa nel verso indotto dall'orientazione di  $S$ .