

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 8-7-2022

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli chiaramente. Consegnare solo la bella copia.

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = 2x^2 - 12xy + 16y^2 + y^4$ .

(a) Calcolare  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y)}{(x^2 + y^2)^\alpha}$  al variare di  $\alpha > 0$ .

(b) Determinare i punti stazionari di  $f$  stabilendo per ciascuno di essi se si tratta di un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella.

**Esercizio 2.** Siano  $\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{2x - y(x^2 + y^2)^2}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{2y + x(x^2 + y^2)^2}{(x^2 + y^2)^2} \right)$  e

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 2y \leq 4x, 1 \leq 2xy \leq 4, x > 0\}.$$

(a) Disegnare l'insieme  $D$ .

(b) Calcolare  $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$  dove  $\gamma$  è la curva data dal bordo di  $D$  percorsa in senso antiorario.

**Esercizio 3.** Per  $h \in (-1, 1)$ , sia la superficie

$$S_h = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq h\}.$$

(a) Calcolare  $I(h) = \frac{1}{|S_h|} \iint_{S_h} (x^2 + y^2) dS$  dove  $|S_h|$  è l'area di  $S_h$ .

(b) Per quale valore di  $h \in (-1, 1)$ ,  $I(h)$  assume il valore massimo?

**Esercizio 4.** Sia  $D$  il solido generato dalla rotazione completa dell'insieme

$$T = \{(x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x \leq 2z \leq 2\}$$

attorno all'asse  $z$  e sia  $S$  la superficie data dal bordo di  $D$  orientata verso l'esterno.

(a) Determinare il piano tangente a  $S$  nel punto  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ .

(b) Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 1, z^2)$  attraverso  $S$ .