

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 16-6-2022

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli chiaramente. Consegnare solo la bella copia.

**Esercizio 1.** Per  $x \in \mathbb{R}$ , si consideri la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k^2 - 1)e^{kx} + \sin(\pi x)k^{-x}}{k + 1}.$$

(a) Determinare l'insieme dei valori di  $x$  per cui la serie è convergente.

(b) Calcolare il valore della serie per  $x = -1$ .

**Esercizio 2.** Siano  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 13x$  e

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 2| \geq 2 + |y^2 - 4|, 0 < x \leq 8\}.$$

(a) Disegnare l'insieme  $D$ .

(b) Determinare la retta tangente al bordo di  $D$  nel punto  $(6, -\sqrt{2})$ .

(c) Determinare il valore massimo e il valore minimo di  $f$  in  $D$ .

**Esercizio 3.** Calcolare

$$\iiint_D |x^2 + y^2 - 2x| dx dy dz$$

con  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, 0 \leq z \leq 3\}$ .

**Esercizio 4.** Siano  $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{1}{z}, 3x^2 - 4z, z^2\right)$  e

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1\}$$

dove la superficie  $S$  è orientata in modo che  $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$  in ogni suo punto.

(a) Calcolare  $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$  dove  $\gamma$  è la curva data dalla parte del bordo di  $S$  contenuta nel piano  $z = 1$ , percorsa nel verso indotto dall'orientazione di  $S$ .

(b) Calcolare  $\iint_S \langle \text{rot}(\mathbf{F}), d\mathbf{S} \rangle$ .