

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare. Motivare gli svolgimenti e scriverli chiaramente. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Si consideri l'equazione $e^y = 2x + (1 + xy)e^x$.

(a) Verificare che in un intorno di $(0, 0)$ l'equazione definisce implicitamente due funzioni C^2 :

$$y = \varphi(x) \quad \text{e} \quad x = \psi(y).$$

(b) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 di $\varphi(x)$ centrato in $x_0 = 0$.

(c) Calcolare $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + \varphi(t))^{\frac{1}{\psi(t)}}$.

Esercizio 2. Sia $\mathbf{F}(x, y) = (6y^2 + y^2e^x - 4y, 2ye^x)$.

(a) Calcolare $\int_{\gamma_1} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove γ_1 è l'unione dei segmenti da $(-1, 1)$ a $(0, 1)$ e da $(0, 1)$ a $(0, 0)$.

(b) Calcolare $\int_{\gamma_2} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove γ_2 è l'arco di circonferenza da $(-1, 1)$ a $(0, 0)$ passante per $(0, 2)$.

Esercizio 3. Si consideri la superficie S data dal bordo del solido

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4z, x^2 + y^2 \leq z\}.$$

(a) Determinare il piano tangente a S nel punto $(1, 1, 2)$.

(b) Calcolare l'area totale di S .

Esercizio 4. Sia $\mathbf{F}(x, y, z) = (zy^3, xy - 1, 5z + 4y^2)$.

(a) Calcolare $\iint_{\partial^+ D} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $D = \left\{ (x, y, z) : 0 \leq z \leq \frac{9 - x^2 - y^2}{9 + x^2 + y^2}, y \geq 0 \right\}$.

(b) Calcolare $\iint_S \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ dove $S = \left\{ (x, y, z) : 0 \leq z = \frac{9 - x^2 - y^2}{9 + x^2 + y^2}, y \geq 0 \right\}$

e la superficie S è orientata in modo che il versore normale in $(0, 0, 1)$ sia $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$.