Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare. Motivare gli svolgimenti e scriverli chiaramente. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k-1}{k} \right)^{k^2} \frac{k3^k + 2^k e^k}{k^2 x^k (1-x)^k}$$

è convergente.

Esercizio 2. Sia $f(x, y) = e^{xy}$.

(a) Determinare i punti stazionari di f stabilendo per ciascuno di essi se si tratta di un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella.

(b) Determinare il valore massimo e il valore minimo di f in

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x + \sqrt{2}, x^2 + 4y^2 \leq 8\}.$$

(c) Determinare un rettangolo $R \subset \mathbb{R}^2$ tale che il valore massimo di f in R è 1 mentre il valore è minimo $1/e$.

Esercizio 3. Calcolare

$$(a) \iiint_D |x-1| dx dy dz \quad (b) \iiint_D \frac{x(1-y)+z}{4+x^2+y^2+z^2} dx dy dz$$

dove $D = \{(x, y, z) : x \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

Esercizio 4. Calcolare $\iint_S \langle \text{rot}(\mathbf{F}), d\mathbf{S} \rangle$ sia direttamente che usando il teorema del rotore, dove

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (4y + xz, e^y, xy + z^2)$$

e S è la superficie

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + 2y^2 + 2z = 4, z \geq 1\}.$$

S è orientata in modo che il versore normale in $(0, 0, 2)$ sia $\mathbf{n} = (0, 0, -1)$.