## Matematica Discreta

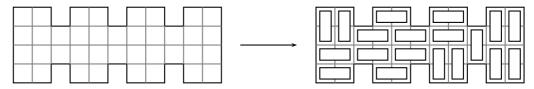
Martedì 13 luglio 2010

**Esercizio 1.** Dimostrare che per ogni intero positivo n

$$\underbrace{\frac{2\overbrace{66\cdots6}}{66\cdots65}}_{n} = \frac{2}{5}$$

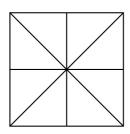
**Esercizio 2.** Un numero intero n si dice che è una potenza perfetta se esistono due numeri interi  $x \ge 2$  e  $d \ge 2$  tali che  $n = x^d$ . Determinare quante sono le potenze perfette nell'intervallo [2, 2010].

**Esercizio 3.** Un poligono è formato da n rettangoli  $4 \times 2$  uniti, lungo la parte centrale del lato da 4, da n-1 rettangoli  $2 \times 1$ . Tale poligono deve essere ricoperto con tessere rettangolari  $2 \times 1$  o  $1 \times 2$ . Qui sotto è rappresentato il caso n=4:



Calcolare la funzione generatrice  $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$  dove  $a_n$  è il numero di tali ricoprimenti.

Esercizio 4. Un quadrato è diviso in 8 triangoli da colorare di rosso, blu o giallo:



Due colorazioni sono equivalenti se una si può ottenere dall'altra attraverso una rotazione o una simmetria.

- (a) Quante sono le colorazioni non equivalenti?
- (b) Quante sono le colorazioni non equivalenti se devono essere presenti 4 triangoli gialli, 2 triangoli rossi e 2 triangoli blu.