

Matematica Discreta

Esercizi della quinta settimana - Venerdì 9 aprile 2010

Esercizio 1. Per giocare a poker quattro persone possono scegliere se giocare con un mazzo “classico” di 52 carte (13 valori e 4 semi) oppure con un mazzo “ridotto” di 32 carte senza i 2, i 3, i 4, i 5, e i 6. Calcolare nei due casi le probabilità di avere nella mano iniziale di 5 carte le seguenti combinazioni:

- (a) Full (un tris e una coppia): $K\heartsuit, K\diamondsuit, K\spadesuit, A\diamondsuit, A\clubsuit$;
- (b) Poker (4 carte dello stesso valore): $A\heartsuit, A\diamondsuit, A\clubsuit, A\spadesuit, Q\heartsuit$;
- (c) Colore (5 carte dello stesso seme non consecutive): $7\diamondsuit, 8\diamondsuit, 9\diamondsuit, Q\diamondsuit, A\diamondsuit$.

Commentare il risultato.

Esercizio 2. Consideriamo l'insieme dei numeri interi contenuti nell'intervallo $[1, 2010]$.

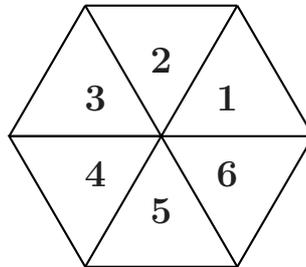
- (a) Quanti sono i numeri che hanno le cifre in ordine crescente (\leq)?
 - (b) Quanti sono i numeri che hanno le cifre in ordine decrescente (\geq)?
-

Esercizio 3. Supponiamo di avere 5 mazzi di $4n$ carte (n valori e 4 semi) con $n \geq 2$.

- (a) Calcolare la probabilità p_n che in una mano di 5 carte ci sia almeno una carta di ogni seme supponendo che le carte siano estratte dallo stesso mazzo.
- (b) Calcolare la probabilità q_n che in una mano di 5 carte ci sia almeno una carta di ogni seme supponendo che le carte siano estratte ciascuna da un mazzo diverso.

Quanto valgono p_{13} e q_{13} ? Dimostrare che $p_n > q_n$ e calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_n}{q_n}$.

Esercizio 4. Un esagono è diviso in 6 spicchi numerati. Ogni spicchio deve essere colorato in modo che due spicchi adiacenti siano di colori diversi.



In quanti modi può essere effettuata la colorazione se i colori disponibili sono n ?

Esercizio 5. Un dado viene lanciato n volte. Calcolare la probabilità nei seguenti due casi:

- (a) il numero dei valori pari usciti sia maggiore di quelli dispari;
- (b) non capitino mai di seguito due numeri dispari.

Valutare numericamente le due probabilità nel caso $n = 6$.

Esercizio 6. Quanti sono i numeri interi dell'intervallo $[0, 2^{11} - 1]$ che nella rappresentazione binaria contengono la stringa 1010?
