

Ingegneria gestionale – a. a. 2025/26
Prova scritta per il corso di Analisi Matematica II
2026.01.19

Cognome: Nome:
Matricola:

Rispondere alle seguenti domande motivando la risposta (risposte non motivate valgono 0 punti).

1. (6 punti)

- (a) Stabilire, al variare di $x \in \mathbb{R}$, se la seguente serie converge, e se converge assolutamente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n^2 + 1}} x^n.$$

- (b) Per una successione di funzioni f_n su un intervallo $I \subset \mathbb{R}$, scrivere la definizione di convergenza uniforme della serie $\sum_{k=0}^{\infty} f_k(x)$ ad un'altra funzione g .
(c) Stabilire se la seguente successione converge uniformemente su $[-2, 2]$.

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} x^k.$$

2. (10 punti)

- (a) Per una funzione f sul dominio Ω , definire un punto di massimo locale.
(b) Trovare tutti i punti critici della seguente funzione e stabilire se ognuno di loro è un punto di minimo locale, massimo locale o di sella. Stabilire se alcuni di loro sono punti di minimo o massimo globali.

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy$$

- (c) Trovare i punti di minimo e massimo locali della funzione

$$f(x, y, z) = x + y + z \quad \text{vincolati all'insieme} \quad \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$$

e discutere se loro sono i punti di minimo o massimo globali.

3. (6 punti)

- (a) Stabilire se il seguente campo vettoriale su $\mathbb{R}^2$ è conservativo.

$$\mathbf{F}(x, y) = (3x^2y \cos(x^3y) + 2x, x^3 \cos(x^3y) + 2y)$$

- (b) Determinare il valore del seguente integrale di linea, dove γ parametrizza l'arco del cerchio in $\mathbb{R}^2$ di raggio 2 e con centro in $(0, 0)$ che parte da $(2, 0)$ e finisce in $(0, 2)$ e che va in senso antiorario:

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$$

4. (6 punti) Calcolare il seguente integrale multiplo

$$\iiint_D z e^{-(x^2+y^2)} dx dy dz, \quad \text{dove } D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

5. (6 punti)

- (a) Dare una parametrizzazione della sfera $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ di raggio 3 con centro in $(0, 0, 0)$.
- (b) Determinare il valore del seguente integrale di superficie, dove $\mathbf{N}_e$ è il versore normale sulla sfera Σ verso l'esterno:

$$\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N}_e dS, \quad \text{dove } \mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^3)$$