Corso di Analisi Matematica 1
CdL triennale in Ingegneria dell'Edilizia, Ingegneria Edile-Architettura
a.a. 2019-20

Y. Tanimoto, P. Roselli, J. Garofali

Tutorato del 31/10/19

1. Calcolare la parte interna e i punti di accumulazione dei seguenti insiemi: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

2. Dimostrare, usando la definizione, i seguenti limiti di successione:

   a) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n+3}{n+1} = 2;$

   b) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{\frac{2n+3}{2n+1}} = 1;$

   c) $\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = 0;$

   d) $\lim_{n\to+\infty} n - \sqrt{n} = +\infty.$

3. Dimostrare, usando la definizione, i seguenti limiti di funzione:

   a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1+x}{1+x^2} = 0;$

   b) $\lim_{x\to 1} \frac{x}{(1-x)^2} = +\infty;$

   c) $\lim_{x\to 1} \frac{1}{1-x}$ non esiste.

4. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali tale che esistono $a, b \in (0, +\infty)$ con $a < a_n < b$ per ogni n. Si calcoli $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n}$.

5. Si dimostri che:

   a) $\left(\frac{n}{e}\right)^n < n! < \left(\frac{n}{e}\right)^n en, \forall n \geq 2;$

   b) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n} = 0;$

c) $\lim_{n\to+\infty} (n!)^{1/n} = +\infty$.

6. Calcolare (se esiste) il limite di a_n per $n \to +\infty$ nei seguenti casi:

a) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$;

b) $a_n = \dfrac{n^2 + 3n^{\frac{3}{2}} + \sqrt{n+3} + 1}{5n^2 + \sqrt[3]{n+7}}$;

c) $a_n = \left(\dfrac{2n^2 + 3 + \sqrt{n}}{n^2+1} - 2\right)\left(n^{\frac{4}{3}} + 2n + 1\right)$;

d) $a_n = \left(\sqrt{\dfrac{2n^2 + 3 + \sqrt{n}}{n^2+1}} - 2\right)(7n+2)$;

e) $a_n = \dfrac{n!}{(n+1)! - (n-1)!}$;

f) $a_n = \left(\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n}\right)\sqrt[n]{2^{n+1} + n^2}$;

g) $a_n = \sqrt[3]{n^6 - n^4 + 1} - n^2$;

h) $a_n = n\left(\sqrt{\dfrac{n-1}{n+1}} - 1\right)$;

i) $a_n = \dfrac{(-1)^n n}{n^2+1}$;

j) $a_n = \dfrac{(-2)^n n}{n^2+1}$;

k) $a_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^n$;

l) $a_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^{\sqrt{n}}$;

m) $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{2^{n-1}}\right)^{2^{n+1}}$;

n) $a_n = \left(\dfrac{2n^2 + 5n + 4}{2n^2 - 3n + 6}\right)^{3n+2}$.