

Corso di Analisi Matematica 1
CdL triennale in Ingegneria dell'Edilizia,
Ingegneria Edile-Architettura
a.a. 2019-20

Y. Tanimoto, P. Roselli, J. Garofali

Tutorato del 17/10/19

1. Dimostrare che $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale.
2. Dimostrare che $\forall a, b \in \mathbb{R}$ si ha $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$.
3. Dimostrare le seguenti proposizioni con il principio di induzione:
 - a) $\sum_{k=1}^n (8k - 5) = n(4n - 1)$;
 - b) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq 2\sqrt{n}$ (*Suggerimento: usare l'esercizio 2*).
4. Calcolare l'estremo superiore e inferiore dei seguenti insiemi:
 - a) $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x^2 - 3x + 3 \leq \frac{7}{4}\}$;
 - b) $\{x^2 - 5x + 6 : x^2 - 5x + 4 < 0\}$;
 - c) $\{x^2 - 5x + 4 : \sqrt{2x + 4} > x - 2\}$;
 - d) $\{x \in [-1, 3) : \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\}$;
 - e) $\left\{x < 4 : \frac{2^x - 1}{2^x - 3} > 2^x\right\}$;
 - f) $\{x \in [-\pi, \pi] : |\cos x - 1| < \cos x\}$;
 - g) $\{x \in [0, 2\pi] : \cos x + \sin 2x > 0\}$;
 - h) $\left\{x \in [-\pi, \pi] : \frac{2 - \sin x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} > 0\right\}$;
 - i) $\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2 + x^2}\right) : x \in \mathbb{R}\right\}$;

j) $\{\log^2 x + 2 \log x + 1 : x \geq 1\}$.

5. Determinare il dominio delle seguenti funzioni di variabile reale:

a) $\sqrt{\log(1 + \log(2x))}$;

b) $\frac{\log(1 - x^2)}{\log(1 + x^2)}$;

c) $\sqrt{2 - |x - 3| + |x - 1|}$;

d) $\log_3(\cos x - |\cos x - 1|)$;

e) $\arcsin(\log_5(4|x| - x^2))$.