Corso di Analisi Matematica 1
CdL triennale in Ingegneria dell'Edilizia, Ingegneria Edile-Architettura
a.a. 2019-20

Y. Tanimoto, P. Roselli, J. Garofali

Tutorato del 12/12/19

1. Calcolare i seguenti limiti

   a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x^3\left(\log\left(\frac{x^2+2x+2}{x(x+1)}\right)+\frac{1}{e^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}-1-\frac{5}{3x^2}\right);$

   b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{2\sqrt{1+\sin(x\log(x))}-\sin(x\log(x))-2\cos(\frac{1}{2}x\log(x))}{2\tan(x\log(x))-\log(1+2x\log(x))-2x^2\log^2(x)};$

   c) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\left(\sqrt[6]{(x+6)^6-6(x+5)^5}+xe^{\frac{4}{x}}+1\right);$

2. Calcolare, per $x\to+\infty$, l'ordine di infinitesimo di

$$f(x)=e^{\frac{4}{x}}+e^{-\frac{4}{x}}-2\sqrt{1+\frac{16}{x^2}}$$

   e calcolare $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x^\alpha f(x)$ al variare di $\alpha\in\mathbb{R}$.

3. Dimostrare le seguenti identità

   a) $\displaystyle\arctan(x)+\arctan\left(\frac{1}{x}\right)=sgn(x)\frac{\pi}{2},\quad x\neq 0;$

   b) $\displaystyle 2\arctan(x+\sqrt{x^2-1})+sgn(x)\arcsin\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{2}(sgn(x)+1)\pi,$
   $x\in\mathbb{R}\setminus(-1,1),$

dove

$$sgn(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ -1, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

(*Suggerimento: derivare le identità e spiegare perché si può concludere*)

4. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

   (a) $\displaystyle\int \frac{xe^{x^2}}{1+e^{2x^2}}\,dx;$

   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx;$

   (c) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{\log(1+\log(2x))}}{x+x\log(2x)}\,dx;$

   (d) $\displaystyle\int x^2\cos(2x)\,dx;$

   (e) $\displaystyle\int \sin(x)e^{-x}\,dx;$

   (f) $\displaystyle\int x\log^2(x)\,dx.$