Corso di Analisi Matematica 1
CdL triennale in Ingegneria dell'Edilizia, Ingegneria Edile-Architettura
a.a. 2019-20

Y. Tanimoto, P. Roselli, J. Garofali

Tutorato del 05/12/19

1. Sia $\alpha > 0$ e $f_\alpha(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$

   a) Studiare la continuità e la derivabilità di f_α in $\mathbb{R}$;

   b) Dimostrare che non esiste $\lim_{x\to 0} f_2'(x)$.

2. Sia $f(x) = \log(x)$, $g(x) = e^{\sin(x)} f(x)$.
   Verificare che non esiste $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ e che $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 0$.
   Spiegare perché ciò non è in contraddizione con il teorema di de l'Hôpital.

3. Tracciare il grafico di $f(x)$ dopo averne determinato il dominio di definizione, i limiti agli estremi degli intervalli di definizione, gli eventuali punti di non derivabilità, i punti di massimo e minimo relativo, gli intervalli di crescenza/decrescenza e di convessità/concavità. Determinare infine gli eventuali punti di massimo e minimo assoluti.

   a) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$;

   b) $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x) - 1}$;

   c) $f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$;

   d) $f(x) = xe^{-\sqrt{x}}$;

   e) $f(x) = \arctan(1 - x^2)$;

   f) $f(x) = \arcsin(e^{-|x|})$.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^4} + \sqrt[3]{1-x^4} - 2e^{-x^4}}{\sinh(1-\cos(x^2/\sqrt{3}))}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \sinh(x) - \cos(x)}{x\log(1-x)}$.