Appello4.

(1) **Q1**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente 0 o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Completare le formule.

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} = \boxed{\text{a}} + \boxed{\text{b}}x + \boxed{\text{c}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0.$$

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{1 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$

$$\ln\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right) = \boxed{\text{d}} + \boxed{\text{e}}x + \boxed{\text{f}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0.$$

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{f}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$

$$1-\cos(x) = \boxed{\text{g}} + \boxed{\text{h}}x + \frac{1}{\boxed{\text{i}}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0$$

$\boxed{\text{g}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{h}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{i}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, studiare il limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right) - \alpha\sin(x)}{1-\cos(x)}.$$

Questo limite converge per $\alpha = \boxed{\text{j}}$.

$\boxed{\text{j}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$

In tal caso, il limite è $\boxed{\text{k}}$.

$\boxed{\text{k}}$: $\boxed{4 \ \checkmark}$

> Usare la formula di Taylor $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2!}f''(0)x^2 + \frac{1}{3!}f^{(3)}(0)x^3 + o(x^3)$, ecc. Per una funzione composta come $f(x^2)$ vale $f(x^2) = f(0) + f'(0)x^2 + \frac{1}{2!}f''(0)(x^2)^2 + \frac{1}{3!}f^{(3)}(0)(x^2)^3 + o(x^6)$. Per determinare α, paragonare il numeratore e il denominatore e scegliere α tale che abbiano lo stesso grado di infinitesimo.

(2) **Q1**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente 0 o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Completare le formule.

$$\frac{1-x^2}{1+x^2} = \boxed{\text{a}} + \boxed{\text{b}}x + \boxed{\text{c}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0.$$

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{1 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{-2 \ \checkmark}$

$$\ln\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) = \boxed{\text{d}} + \boxed{\text{e}}x + \boxed{\text{f}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0.$$

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{f}}$: $\boxed{-2 \ \checkmark}$

$$1-\cos(3x) = \boxed{\text{g}} + \boxed{\text{h}}x + \frac{\boxed{\text{i}}}{\boxed{\text{j}}}x^2 + o(x^2) \text{ vicino a } 0$$

$\boxed{\text{g}}$: $\boxed{0\ \checkmark}$ $\boxed{\text{h}}$: $\boxed{0\ \checkmark}$ $\boxed{\text{i}}$: $\boxed{9\ \checkmark}$ $\boxed{\text{j}}$: $\boxed{2\ \checkmark}$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, studiare il limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) - \alpha \sin(x)}{1-\cos(3x)}.$$

Questo limite converge per $\alpha = \boxed{\text{k}}$.

$\boxed{\text{k}}$: $\boxed{0\ \checkmark}$

In tal caso, il limite è $-\frac{\boxed{\text{l}}}{\boxed{\text{m}}}$.

$\boxed{\text{l}}$: $\boxed{4\ \checkmark}$ $\boxed{\text{m}}$: $\boxed{9\ \checkmark}$

(3) **Q2**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Studiare la seguente serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{4^n} x^{2n}$, al variale di $x \in \mathbb{R}$.

Innanzitutto, vediamo una somma parziale. $\sum_{n=0}^{1} \frac{n^2-1}{4^n} x^{2n}$ con $x = 1$ si ottiene $\boxed{\text{a}}$.

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{-1\ \checkmark}$

Per usare il criterio del rapporto, si pone $a_n = \frac{n^2-1}{4^n} x^{2n}$ e consideriamo $x > 0, n \geq 2$.

Completare la formula.

$$a_{n+1} = \frac{n^2 + \boxed{\text{b}}n}{\boxed{\text{c}} \cdot 4^n} x^{2(n+1)}$$

$\boxed{\text{b}}$: $\boxed{2\ \checkmark}$ $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{4\ \checkmark}$

Vale che $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{\boxed{\text{d}}} x^2$.

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{4\ \checkmark}$, e dunque per il criterio del rapporto la serie converge per

- tutti $x > 0$.
- $0 \leq x < 1$.
- $1 < x$.
- $0 \leq x < 2$. ✓
- $2 < x$.
- nessun $x > 0$.

Per il caso $x = 2$, la serie

- converge assolutamente.
- converge ma non assolutamente.
- diverge. ✓

Analogamente, per $x \leq 0$, la serie converge per

- tutti $x \leq 0$.
- $-1 < x \leq 0$.
- $-1 \leq x \leq 0$.

- $x < -1$.
- $x \leq -1$.
- $-2 < x \leq 0$. ✓
- $-2 \leq x \leq 0$.
- $x < -2$.
- $x \leq -2$.
- nessun $x \leq 0$.

La somma parziale vuol dire la definizione della sommatoria: $\sum_{n=0}^{1} a_n = a_0 + a_1$, dunque basta applicare $n = 0, 1$ nella serie concreta e sommare i numeri.
Per applicare il criterio del rapporto, si considera il limite $R = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Ricordare che $(n+1)! = (n+1)n(n-1)\cdots 2\cdot 1, 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n = \underbrace{3\cdots 3}_{(n+1)\text{-volte}}$.
Se questo limite $R < 1$, allora la serie (per tale x) converge, mentre se $R > 1$ la serie diverge.
Il criterio si applica a serie con termini positivi. D'altra parte, se $\sum_{k=0}^{\infty} |a_n|$ converge, allora converge anche $\sum_{k=0}^{\infty} a_n$ (convergenza assoluta).
Se $R = 1$, bisogna studare la convergenza con altri criteri. In questo esercizio, con $x = 2$ la serie diventa $\sum(n^2 - 1)$, che diverge.

(4) **Q2**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente 0 o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Studiare la seguente serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{9^n} x^{2n}$, al variale di $x \in \mathbb{R}$.

Innanzitutto, vediamo una somma parziale. $\sum_{n=0}^{2} \frac{n^2-1}{9^n} x^{2n}$ con $x = 3$ si ottiene $\boxed{\text{a}}$.

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{2\ ✓}$

Per usare il criterio del rapporto, si pone $a_n = \frac{n^2-1}{9^n} x^{2n}$ e consideriamo $x > 0, n \geq 2$.

Completare la formula.

$$a_{n+1} = \frac{n^2 + \boxed{\text{b}}n}{\boxed{\text{c}} \cdot 9^n} x^{2(n+1)}$$

$\boxed{\text{b}}$: $\boxed{2\ ✓}$ $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{9\ ✓}$

Vale che $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{\boxed{\text{d}}} x^2$.

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{9\ ✓}$, e dunque per il criterio del rapporto la serie converge per

- tutti $x > 0$.
- $0 < x < 3$. ✓
- $3 < x$.
- $0 < x < 9$.
- $9 < x$.
- nessun $x > 0$.

Per il caso $x = 3$, la serie
- converge assolutamente.
- converge ma non assolutamente.
- diverge. ✓

Analogamente, per $x << 0$, la serie converge per
- tutti $x \leq 0$.
- $-3 < x \leq 0$. ✓
- $-3 \leq x \leq 0$.
- $x < -3$.
- $x \leq -3$.
- $-9 < x \leq 0$.
- $-9 \leq x \leq 0$.
- $x < -9$.
- $x \leq -9$.
- nessun $x \leq 0$.

(5) **Q3**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Considerare la seguente funzione

$$f(x) = \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|.$$

La funzione $f(x)$ non è definita su tutta la retta reale $\mathbb{R}$. Scegliere tutti i punti che **non** sono nel dominio naturale di $f(x)$.
- $-e$
- -1 ✓
- $-\frac{1}{e}$
- 0
- $\frac{1}{e}$
- 1 ✓
- e

Scegliere tutti gli asintoti di $f(x)$.
- $y = 0$ ✓
- $y = 1$
- $y = e$
- $x = -1$ ✓
- $x = 0$
- $x = 1$ ✓
- $x = e$
- $y = x$
- $y = -x$
- $y = ex$

Nella semiretta $x > 2$,

$$f'(x) = -\frac{\boxed{\text{a}}}{\boxed{\text{b}}x^2 + \boxed{\text{c}}x + \boxed{\text{d}}}.$$

Riempire gli spazi con $\boxed{\text{a}} > 0$.

$\boxed{a}$ (positivo): $\boxed{2 \quad \checkmark}$ $\boxed{b}$: $\boxed{1 \quad \checkmark}$ $\boxed{c}$: $\boxed{0 \quad \checkmark}$ $\boxed{d}$: $\boxed{-1 \quad \checkmark}$
In totale, $f(x)$ ammette $\boxed{e}$ punti(o) estremi(o).

$\boxed{e}$: $\boxed{0 \quad \checkmark}$

Scegliere il comportamento di $f(x)$ nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
- strettamente decrescente
- strettamente crescente ✓
- nè crescente nè descrescente

> Per determinare il dominio naturale di una funzione, basta osservare le componenti. Per esempio, $\sqrt{y}$ è definita solo per $y \geq 0$, $\frac{1}{y-a}$ è per $y \neq a$, $\log y$ è per $y > 0$, ecc. Basta eliminare tutti i punti dove le componenti non sono definite.
> Gli asintoti ci possono essere per i limiti $x \to \pm\infty$, e anche $x \to a$, dove a è un bordo del dominio.
> Per la derivata, utile è la regola di catena $(f(g(x)))' = g'(x)f'(g(x))$.
> Quando c'è il valore assoluto $|y|$, bisogna separare i casi $y \geq 0$ e $y < 0$. In questo caso, $f(x) = \ln|\frac{1+x}{1-x}|$, $f'(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}$ $(-1 < x < 1)$ e $= \frac{1}{1+x} - \frac{1}{x-1}$ $(x < -1, x > 1)$.
> Se $f'(x_0) = 0$, $f(x_0)$ pu avere un punto estremo, ma bisogna verificare che il comportamento cambia da $x < x_0$ e $x > x_0$. Ci vuole un controllo simile anche sui punti dove la definizione di $f(x)$ cambia (per esempio, $|y| = y(y \geq 0), -y(y < 0)$).
> Se $f'(x) \geq 0$ (≤ 0 in tutto un intervallo, allora $f(x)$ è crescente (decrescente) lì.

(6) **Q3**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Considerare la seguente funzione

$$f(x) = \ln\left|\frac{2+x}{x}\right|.$$

La funzione $f(x)$ non è definita su tutta la retta reale $\mathbb{R}$. Scegliere tutti i punti che **non** sono nel dominio naturale di $f(x)$.
- -2 ✓
- -1
- $-\frac{1}{2}$
- 0 ✓
- $\frac{1}{2}$
- 1
- 2

Scegliere tutti gli asintoti di $f(x)$.
- $y = 0$ ✓
- $y = 1$
- $y = -1$
- $x = -2$ ✓
- $x = -1$

- $x = 0$ ✓
- $x = 1$
- $x = 2$
- $y = x$
- $y = -x$
- $y = ex$

Nella semiretta $x > 0$,

$$f'(x) = -\frac{\boxed{\text{a}}}{\boxed{\text{b}}x^2 + \boxed{\text{c}}x + \boxed{\text{d}}}.$$

Riempire gli spazi con $\boxed{\text{a}} > 0$.

$\boxed{\text{a}}$ (positivo): $\boxed{2 \quad \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{1 \quad \checkmark}$ $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{2 \quad \checkmark}$ $\boxed{\text{d}}$: $\boxed{0 \quad \checkmark}$

In totale, $f(x)$ ammette $\boxed{\text{e}}$ punti(o) estremi(o).

$\boxed{\text{e}}$: $\boxed{0 \quad \checkmark}$

Scegliere il comportamento di $f(x)$ nell'intervallo $[-4, -3]$.

- strettamente decrescente ✓
- strettamente crescente
- nè crescente nè descrescente

(7) **Q4**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Calcoliamo il seguente integrale.

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} dx.$$

Con sostituzione $x = \sin t$, si ottiene

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} dx = \int_{X}^{Y} \boxed{\text{c}} dt.$$

Se scegliamo il dominio di t che contiene 0, allora $X = -\frac{\pi}{\boxed{\text{a}}}, Y = \frac{\pi}{\boxed{\text{b}}}$.

Riempire spazi con numeri interi. $\boxed{\text{a}}$: $\boxed{2 \quad \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{2 \quad \checkmark}$

Scegliere la funzione $\boxed{\text{c}}$.

- $\sin t$
- $\sin^2 t$
- $\cos t$
- $\cos^2 t$ ✓
- $\sqrt{\sin t}$
- $\sqrt{\cos t}$
- $\sqrt{1 - \sin^2 t}$
- $\sqrt{1 - \cos^2 t}$

Scegliere una primitiva di $\boxed{\text{c}}$.

- $\sin t$
- $-\cos t$
- $\frac{\sin 2t}{4} + \frac{t}{2}$ ✓
- $\frac{\cos 2t}{4} + \frac{t}{2}$
- $\frac{2\cos^{\frac{3}{2}} t}{3} + \sin t$

- $\frac{2\sin^{\frac{3}{2}} t}{3} + \cos t$
- $\frac{2(1-\cos^{\frac{3}{2}} t)}{3} \cdot \sin t$
- $\frac{2(1-\sin^{\frac{3}{2}} t)}{3} \cdot \cos t$

Calcolare l'integrale, riempiendo gli spazi.

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx = \frac{\boxed{\text{d}}}{\boxed{\text{e}}}\pi + \boxed{\text{f}}.$$

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{1\ \checkmark}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{2\ \checkmark}$ $\boxed{\text{f}}$: $\boxed{0\ \checkmark}$

> Un cambio di variabile $x = \varphi(t)$ si pu'o usare per trasformare l'integrale $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$, dove $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$.

(8) **Q4**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Calcoliamo il seguente integrale.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx.$$

Con sostituzione $x = \sin t$, si ottiene

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx = \int_X^Y \boxed{\text{c}}dt.$$

Se scegliamo il dominio di t che contiene $\frac{1}{2}$, allora $X = \boxed{\text{a}}, Y = \frac{\pi}{\boxed{\text{b}}}$.

Riempire spazi con numeri interi. $\boxed{\text{a}}$: $\boxed{0\ \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{2\ \checkmark}$

Scegliere la funzione $\boxed{\text{c}}$.

- $\sin t$
- $\sin^2 t$
- $\cos t$
- $\cos^2 t$ ✓
- $\sqrt{\sin t}$
- $\sqrt{\cos t}$
- $\sqrt{1-\sin^2 t}$
- $\sqrt{1-\cos^2 t}$

Scegliere una primitiva di $\boxed{\text{c}}$.

- $\sin t$
- $-\cos t$
- $\frac{\sin 2t}{4} + \frac{t}{2}$ ✓
- $\frac{\cos 2t}{4} + \frac{t}{2}$
- $\frac{2\cos^{\frac{3}{2}} t}{3} + \sin t$
- $\frac{2\sin^{\frac{3}{2}} t}{3} + \cos t$
- $\frac{2(1-\cos^{\frac{3}{2}} t)}{3} \cdot \sin t$
- $\frac{2(1-\sin^{\frac{3}{2}} t)}{3} \cdot \cos t$

Calcolare l'integrale, riempiendo gli spazi.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx = \frac{\boxed{\text{d}}}{\boxed{\text{e}}}\pi + \boxed{\text{f}}.$$

$\boxed{\text{d}}$: $\boxed{1 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{4 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{f}}$: $\boxed{0 \ \checkmark}$

(9) **Q5**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Calcoliamo il seguente integrale improprio al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, seguendo le indicazioni.

$$\int_\beta^\infty x \exp(\alpha x^2) dx$$

.

$\frac{\boxed{\text{a}}}{\boxed{\text{b}}\alpha} \exp(\alpha x^2)$ è una primivita di $x \exp(\alpha x^2)$.

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{1 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$

L'integrale improprio sopra converge per

- $\alpha > -\frac{1}{2}$
- $\alpha < -\frac{1}{2}$
- $\alpha > -1$
- $\alpha < -1$
- $\alpha > 0$
- $\alpha < 0$ ✓
- $\alpha > 1$
- $\alpha < 1$
- $\alpha > \frac{1}{2}$
- $\alpha < \frac{1}{2}$
- tutti $\alpha \in \mathbb{R}$

- $\beta > -e$
- $\beta < -e$
- $\beta > -1$
- $\beta < -1$
- $\beta > 0$
- $\beta < 0$
- $\beta > 1$
- $\beta < 1$
- $\beta > e$
- $\beta < e$
- tutti $\beta \in \mathbb{R}$ ✓

Prendiamo α, β per cui l'integrale converge. In tal caso, il valore dell'integrale è $-\frac{\boxed{\text{c}}}{\boxed{\text{d}}\alpha} \exp(\alpha\beta^{\boxed{\text{e}}})$. $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{1 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{d}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{2 \ \checkmark}$

Per α sopra, si ottiene

$$\int_{-\infty}^\infty x \exp(\alpha x^2) dx = \boxed{\text{f}}.$$

$\boxed{\text{f}}$: $\boxed{0 \quad ✓}$

> Quando si può trovare una primitiva $F(x)$ di $f(x)$, l'integrale improprio $\int_0^\infty f(x)dx$ si può valutare direttamente, considerando $\lim_{x\to\infty}(F(x) - F(0))$.
> Se anche l'estremo inferiore è $-\infty$, bisogna controllare anche $\lim_{x\to-\infty} F(x)$.

(10) **Q5**

Se non è specificato altrimenti, riempire gli spazi vuoti con numeri **interi (possibilmente** 0 **o negativi)**. Quando compare una frazione, va scritta nella forma semplificata (per esempio, si accetta solo $\frac{1}{2}$ ma non $\frac{2}{4}$).

Calcoliamo il seguente integrale improprio al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, seguendo le indicazioni.

$$\int_\beta^\infty x^3 \exp(\alpha x^4) dx$$

.

$\frac{\boxed{\text{a}}}{\boxed{\text{b}}\alpha} \exp(\alpha x^4)$ è una primivita di $x^3 \exp(\alpha x^4)$.

$\boxed{\text{a}}$: $\boxed{1 \quad ✓}$ $\boxed{\text{b}}$: $\boxed{4 \quad ✓}$

L'integrale improprio sopra converge per

- $\alpha > -\frac{1}{4}$
- $\alpha < -\frac{1}{4}$
- $\alpha > -1$
- $\alpha < -1$
- $\alpha > 0$
- $\alpha < 0$ ✓
- $\alpha > 1$
- $\alpha < 1$
- $\alpha > \frac{1}{4}$
- $\alpha < \frac{1}{4}$
- tutti $\alpha \in \mathbb{R}$

- $\beta > -e$
- $\beta < -e$
- $\beta > -1$
- $\beta < -1$
- $\beta > 0$
- $\beta < 0$
- $\beta > 1$
- $\beta < 1$
- $\beta > e$
- $\beta < e$
- tutti $\beta \in \mathbb{R}$ ✓

Prendiamo α, β per cui l'integrale converge. In tal caso, il valore dell'integrale è $-\frac{\boxed{\text{c}}}{\boxed{\text{d}}\alpha} \exp(\alpha\beta^{\boxed{\text{e}}})$. $\boxed{\text{c}}$: $\boxed{1 \quad ✓}$ $\boxed{\text{d}}$: $\boxed{4 \quad ✓}$ $\boxed{\text{e}}$: $\boxed{4 \quad ✓}$

Per α come sopra, si ottiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^3 \exp(\alpha x^4) dx = \boxed{\text{f}}.$$

$\boxed{\text{f}}$: $\boxed{0 \quad \checkmark}$