UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica II per Ingegneria — Prof. C. Sinestrari

Risposte (sintetiche) agli esercizi del 26.X.2021

1. (a) Il punto P_1 non appartiene a Γ. Il punto P_2 appartiene, ma non è regolare. Il punto P_3 appartiene, si può applicare il teor. di Dini e la retta tangente ha equazione $x + y = 1$.
   (b) Solo P_3 appartiene a Γ; è regolare e la retta tangente ha equazione $-x+4y = 6$.
   (c) I punti P_1, P_2 appartengono a Γ. P_1 non è regolare, mentre P_2 lo è e la retta tangente ha equazione $y = 0$.
   (d) I punti P_2 e P_3 appartengono alla curva e sono entrambi regolari; le rette tangenti sono rispettivamente $11x + 6y = 23$ e $11x - 6y = 23$.

2. (a) Posto $F(x, y) = x^4 - y^2$, si ha che $\nabla F(x, y) = (0, 0)$ solo per $(x, y) = (0, 0)$, che non appartiene a Γ. Quindi γ è regolare.
   (b) F è la stessa di (a), ma stavolta $(0, 0)$ appartiene a Γ. Quindi nel punto $(0, 0)$ non è assicurata l'esistenza della tangente e la curva non è regolare.
   (c) Posto $F(x, y) = x^2-4x+y^3-3y$, si ha che ∇F si annulla nei punti $(x, y) = (2, 1)$ e $(x, y) = (2, -1)$. Poiché tali punti non appartengono alla curva, la curva è regolare.
   (d) Posto $F(x, y) = y^4 - x^2 + 4x$, si ha che ∇F si annulla in $(x, y) = (2, 0)$, che appartiene alla curva. Quindi nel punto $(2, 0)$ non è assicurata l'esistenza della tangente e la curva non è regolare.

3. (a) $\max f = 1$, $\min f = -\frac{5}{4}$;
   (b) $\max f = \sqrt[4]{2}$, $\min f = -\sqrt[4]{2}$;
   (c) $\max f = 3$, $\min f = -3$;
   (d) $\max f = 29$, $\min f = -11$;
   (e) $\max f = 58$, $\min f = -6$.

4. Se $0 \leq a \leq 1/2$ allora $\max f = 1,\ \ \min f = -1$.

   Se $a > 1/2$, allora $\max f = \dfrac{4a^2 + 1}{4a},\ \ \min f = -1$.

5. (a) $\max f = 4$, $\min f = 0$;
   (b) $\max f = 4$, $\min f = -4$;
   (c) $\max f = \sqrt{2}$, $\min f = -\sqrt{2}$;
   (d) $\max f = \frac{1}{4}$, $\min f = -12$;
   (e) $\max f = 1$, $\min f = 0$ (NB f è costante sul bordo del cerchio, quindi tutti i punti del bordo sono punti critici vincolati).

6. (a) Il punto $(0,0)$ è di minimo locale per f;
   (b) $\max_C f = 113$, $\min_C f = -15$.
   (c) Il punto $(0,0)$ di minimo locale trovato in (a) non è di minimo assoluto, perché $f(0,0) = 0$, mentre in (b) abbiamo visto che esistono punti dove la funzione è minore di zero.

7. Se $R \leq 5/2$, allora $\max f = -R^2 + 5R$, $\min f = -R^2 - 5R$. Se $R \geq 5/2$, allora $\max f = 25/4$, $\min f = -R^2 - 5R$.

8. Se $R \leq 2$, allora $\max f = R^2 + 4R$, $\min f = R^2 - 4R$. Se $R \geq 2$, allora $\max f = R^2 + 4R$, $\min f = -4$.

9. (a) $\max\limits_{\Gamma} f = 10$, $\min\limits_{\Gamma} f = -10$
   (b) $\max\limits_{K} f = 10$, $\min\limits_{K} f = -10$

10. (a) $\max\limits_{\Gamma} f = 1/2$, $\min\limits_{\Gamma} f = -4$
    (b) $\max\limits_{K} f = 1/2$, $\min\limits_{K} f = -4$

11. (a) $\max f = 9$, $\min f = 0$;
    (b) $\max f = 16$, $\min f = 0$.